



**RAPPORT N° 239**

**LA TRANSFORMATION SUBJECTIVE DES  
PROBABILITES FACE AU RISQUE :  
LE CAS DE L'EXPOSITION AUX  
RAYONNEMENTS IONISANTS**

---

*M. ABDELLAOUI\*<sup>1</sup>, B. MUNIER\*<sup>2</sup>, G. LEBLANC\*<sup>3</sup>*

*\* Ecole Normale Supérieure de Cachan  
Groupe de recherche sur le Risque, l'Information et la Décision (GRID)*

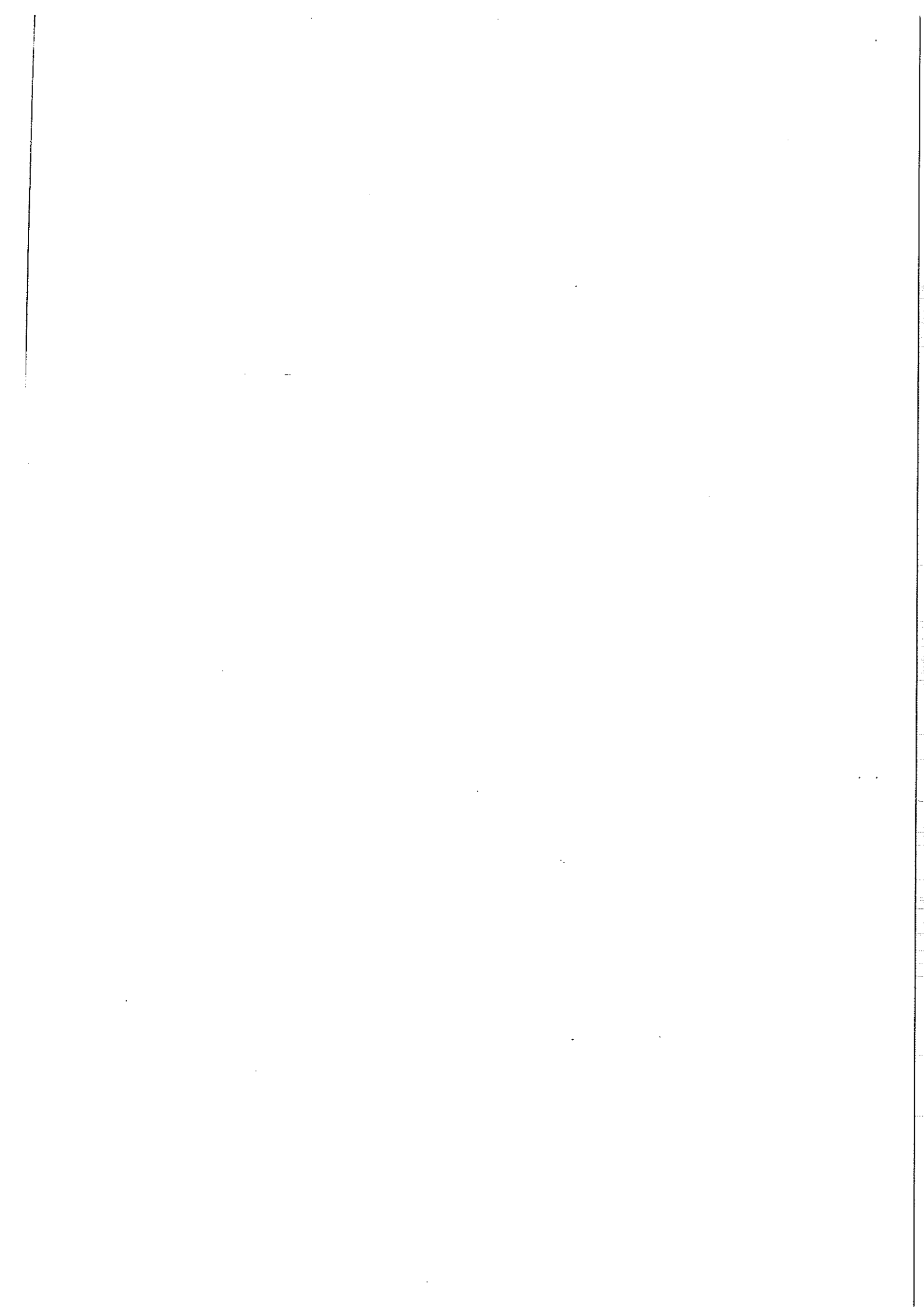
*<sup>1</sup> Chargé de Recherche CNRS au GRID*

*<sup>2</sup> Professeur de Sciences de Gestion, Directeur du GRID*

*<sup>3</sup> Etudiante doctorante au GRID en convention CIFRE avec le CEPN*

**Décembre 1995**

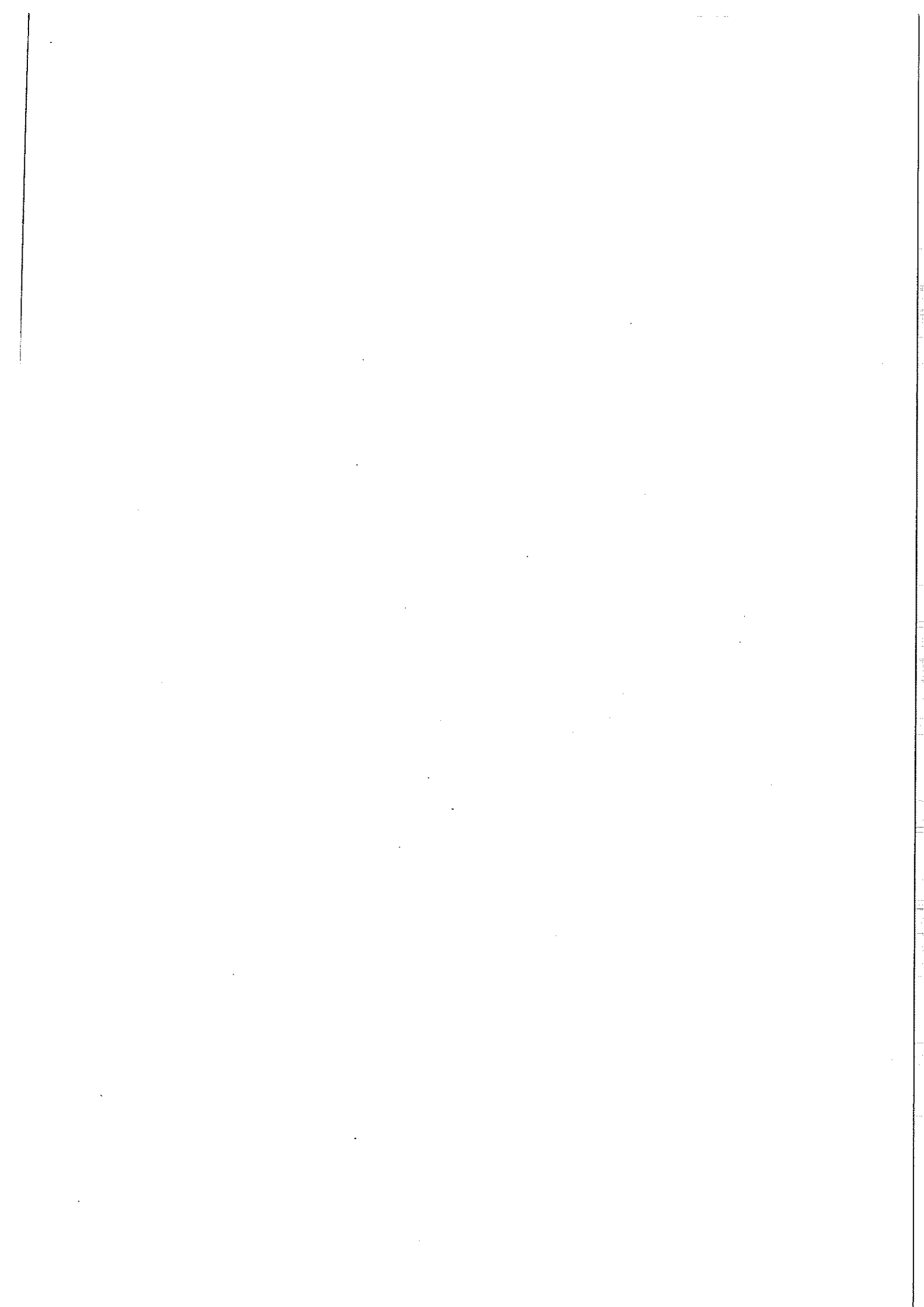
**Contrat EDF/SEPTEN n° ND 3514**



## **REMERCIEMENTS**

Les auteurs remercient le personnel du CNPE de Golfech pour sa précieuse collaboration et, tout particulièrement, Monsieur Gillot pour son accueil et l'organisation des interviews.

Ils remercient par ailleurs Gildas Appéré pour sa contribution à l'étude pilote lors de la préparation de son mémoire de DEA "Sciences de la décision et microéconomie".



## SOMMAIRE

<b>LISTE DES TABLEAUX</b>	<b>iii</b>
<b>LISTE DES FIGURES</b>	<b>iii</b>
<b>RESUME</b>	<b>v</b>
<b>1. INTRODUCTION</b>	<b>1</b>
<b>2. LA PRISE EN COMPTE DE LA TRANSFORMATION PSYCHOLOGIQUE DES PROBABILITES DANS LA MODELISATION DE LA DECISION FACE AU RISQUE</b>	<b>3</b>
<b>2.1. La modélisation de la décision individuelle face au risque</b>	<b>3</b>
<b>2.2. L'évolution des modèles</b>	<b>6</b>
2.2.1. La prise en compte de l'hypothèse de transformation des probabilités	6
2.2.2. Attitude vis-à-vis du risque et transformation des probabilités	9
<b>2.3. La méthode d'estimation de la fonction de transformation des probabilités</b>	<b>12</b>
<b>3. UNE ETUDE DE CAS</b>	<b>17</b>
<b>3.1. Principe général</b>	<b>17</b>
<b>3.2. Protocole expérimental</b>	<b>18</b>
3.2.1. Choix proposés aux sujets	18
3.2.2. Recueil des réponses des sujets	19
<b>3.3. Résultats</b>	<b>24</b>
3.3.1. Attitude probabilistique globale	25
3.3.2. Attitude probabilistique au voisinage de la sécurité absolue	27

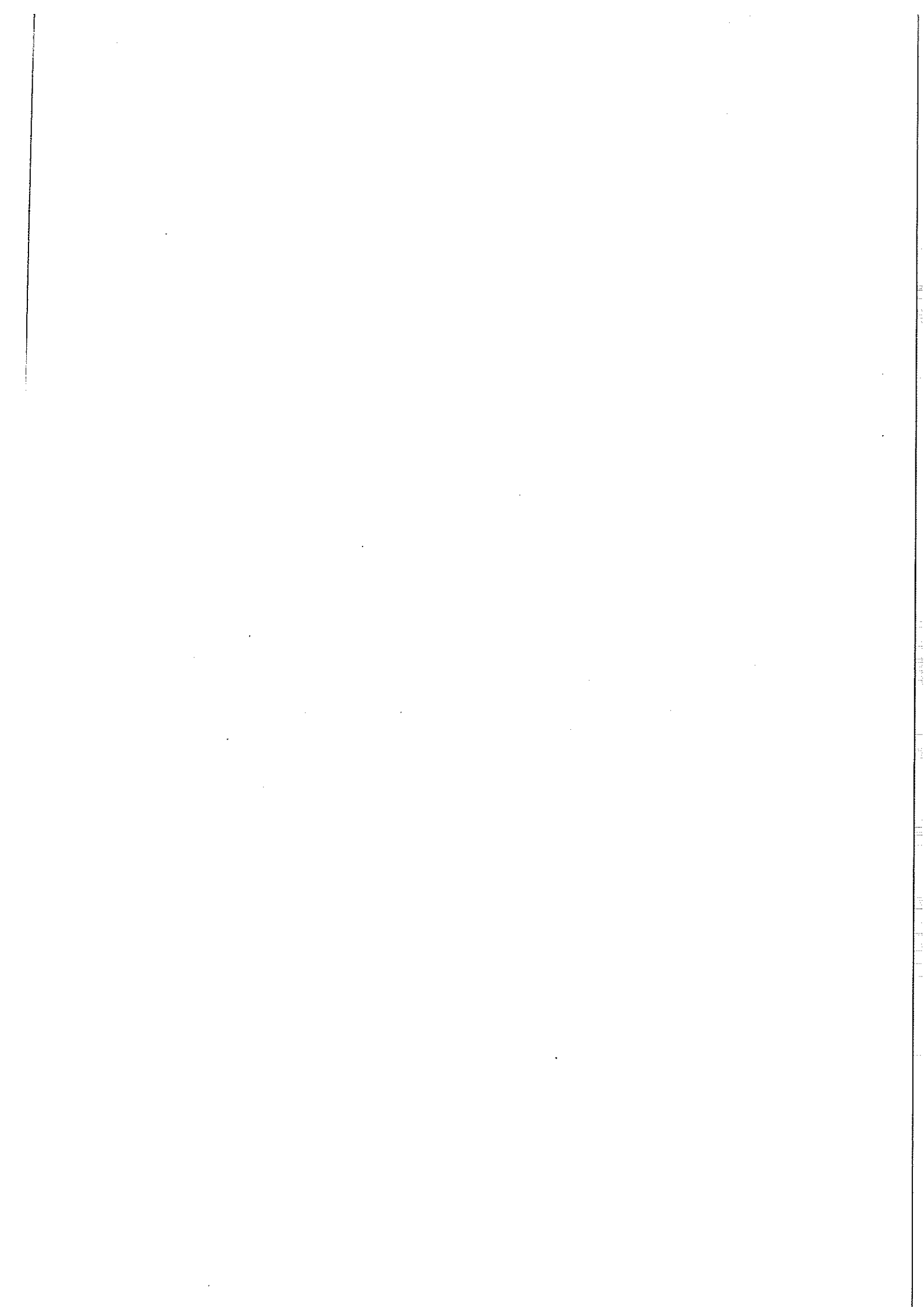
4.	<b>LA PRISE EN COMPTE DE LA TRANSFORMATION DES PROBABILITES POUR L'EVALUATION DU COUT DU DETRIMENT EVITE : UN EXEMPLE D'UTILISATION</b>	29
4.1.	Un rappel de la méthode en certitude	29
4.2.	Comment transposer la méthode en incertitude ?	33
5.	<b>CONCLUSION</b>	39
	<b>REFERENCES</b>	41
	<b>BIBLIOGRAPHIE COMPLEMENTAIRE</b>	43
	<b>ANNEXE : RESULTATS GRAPHIQUES</b>	45

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1.	Présentation synthétique des résultats	26
Tableau 2.	Valeurs monétaires de l'homme-sievert	31
Tableau 3.	Un exemple de choix en matière de radioprotection	32
Tableau 4.	Exemple de choix d'options de radioprotection en incertitude	36
Tableau 5.	Résultats des options de radioprotection proposées	36

## LISTE DES FIGURES

Figure 1.	Dans le modèle de l'utilité espérée les utilités des conséquences (monétaires) tiennent compte de la richesse initiale de l'individu	5
Figure 2.	Formes retenues des fonctions $\Phi$ et $v$ dans la "Prospect Theory"	7
Figure 3.	Carte d'indifférence compatible avec le modèle issu de la CPT	13
Figure 4.	Représentation graphique d'une diminution du risque d'exposition incidentelle entraînant une dose annuelle moyenne supérieure à celle habituelle de l'agent	21
Figure 5.	Situations respectives d'exposition potentielle des frères jumeaux	23
Figure 6.	Format général des questions posées au sujet	23
Figure 7.	Exemple de courbe de transformation des probabilités (sujet 1)	25
Figure 8.	Fonction de transformation des probabilités ajustée (sujet 1, $\alpha = 2,34$ , algorithme "quasi-Newton")	26
Figure 9.	Fonction de transformation des probabilités ajustée (sujet 3, $\alpha = 0,829$ , algorithme "quasi-Newton")	27
Figure 10.	Fonction de coût de la radioprotection et valeurs monétaires de référence de l'homme-sievert	31





## RESUME

Une publication récente a montré que les paramètres d'attitude vis-à-vis du risque sont dépendants de la structure des risques à laquelle les individus sont confrontés [1, 2]. En particulier, de multiples expériences réalisées dans le domaine de l'économie ou de la théorie du risque ont mis en évidence que lorsque des individus sont confrontés à des situations risquées, ils ont généralement tendance à surestimer les événements dont les probabilités d'occurrence sont faibles [7]. Par ailleurs, l'attitude vis-à-vis du risque lorsque ce dernier concerne des pertes n'est pas identique à celle observée dans le cas de gains [9, 14]. Ainsi, dans le domaine de la gestion des risques pour la santé dus à l'environnement et notamment les risques liés à l'exposition aux rayonnements ionisants, il apparaît nécessaire d'évaluer l'attitude des agents exposés incidentellement à des niveaux de risque supérieurs à ceux habituellement observés.

La modélisation de l'attitude individuelle face au risque fait généralement appel au modèle d'utilité espérée [4]. Cependant, de nombreuses expérimentations ont montré que les individus ne respectaient pas certains axiomes de ce modèle [19]. De ce fait, des chercheurs de diverses disciplines, notamment des domaines de l'économie, de la psychologie et des sciences de gestion, ont tenté de trouver des solutions alternatives [10 à 14]. Les modèles dits à fonctionnelle de préférence dépendante du rang des conséquences (encore appelés modèles dichotomiques car ils tendent à séparer l'attitude face au risque du phénomène de la décroissance de l'utilité marginale) généralisent le modèle de l'utilité espérée en introduisant la possibilité pour l'individu exposé à un risque de transformer psychologiquement les probabilités objectives.

L'objet de la présente étude était donc de réaliser une enquête auprès des agents de centrales nucléaires effectivement soumis à un risque d'exposition potentielle afin de vérifier d'une part, que les modèles à fonctionnelle de préférence dépendante du rang des conséquences sont mieux adaptés à la modélisation des comportements face au risque d'exposition potentielle à des rayonnements ionisants que le modèle de l'utilité espérée et, d'autre part, d'évaluer la fonction de transformation des probabilités objectives.

Un scénario type a été présenté aux agents interrogés [22], dans lequel il était supposé qu'un agent avait de fortes chances de recevoir une dose annuelle moyenne jugée normale, mais qu'il avait aussi des chances d'être soumis incidentellement à une

exposition non habituelle entraînant une augmentation de sa dose annuelle moyenne. Par ailleurs, l'agent s'est vu proposé une amélioration possible de la situation d'exposition potentielle qui consistait à diminuer la probabilité de recevoir une dose incidentelle.

La méthode d'évaluation expérimentée, intitulée "méthode des jumeaux", consiste à demander aux individus interrogés de choisir lequel des deux agents, supposés être leurs jumeaux car ayant les mêmes préférences qu'eux-mêmes, retire le plus de satisfaction de l'amélioration proposée concernant sa situation d'exposition potentielle.

Deux échantillons de 19 individus chacun ont été interrogés. Les résultats montrent que le modèle à fonctionnelle de préférence dépendante du rang des conséquences proposé peut rendre compte de la manière dont les agents interrogés traitent les probabilités objectives contrairement au modèle d'utilité espérée.

En outre, dans 64% des cas, les courbes de transformation des probabilités estimées sont convexes, ce qui correspond à une "attitude probabilistique" vis-à-vis du risque reflétant un optimisme absolu global (i.e. quelle que soit la probabilité considérée).

La méthode expérimentée dans la présente recherche permet d'estimer plusieurs points de la fonction de transformation des probabilités objectives. Une étape ultérieure possible consisterait à estimer cette équation par d'autres méthodes statistiques.

Par ailleurs, la méthode permet de séparer l'estimation de la fonction de transformation des probabilités objectives de celle de la fonction d'utilité qui peut, à son tour, être estimée par des méthodes classiques.

## 1. INTRODUCTION

De façon générale, les études sur les révélations de préférences des individus montrent que les événements, dont la probabilité d'occurrence est très faible mais qui conduisent à des conséquences graves, sont "appréciés" par les individus de façon qui semble "exagérée". Dès lors, les méthodes classiquement utilisées dans les évaluations économiques se trouvent remises en question : les algorithmes d'espérance de pertes ou d'utilité espérée doivent prendre en considération la perception de ces faibles probabilités. En effet, face à des conséquences graves, les individus ont tendance à "transformer" la probabilité d'occurrence de l'événement en lui accordant un "poids" très important comparativement à des événements dont la probabilité d'occurrence est élevée mais qui ne donnent pas lieu à des conséquences graves.

Les études économiques menées jusqu'à présent dans le domaine de la gestion des risques n'ont pas tenu compte de l'importance de cette "exagération" ou encore de cette "transformation des probabilités". Or, face à ce type de comportement, il importe de mettre en place un système de gestion des risques qui tienne compte des "appréciations" des individus, susceptibles d'être affectés par l'ampleur des conséquences, plutôt que de s'appuyer sur des règles dites "rationnelles" qui ne traduisent pas le comportement effectif des individus.

Dans le cas de l'exposition aux rayonnements ionisants, la perception des très faibles probabilités par les individus joue un rôle majeur pour la mise en oeuvre du principe ALARA (As Low As Reasonably Achievable : acronyme anglais exprimant le principe d'optimisation de la radioprotection qui consiste à diminuer les expositions aussi bas que raisonnablement possible compte tenu des contraintes économique et sociale). Selon le type d'exposition considéré (principalement : public/travailleur, fonctionnement normal/exposition potentielle) ainsi que le niveau d'exposition des individus, la perception du risque varie considérablement. Ainsi, des différences sont introduites dans la définition du système de valeurs monétaires de l'homme-sievert, traduisant une aversion à la dispersion des risques. De plus, la prise en compte des expositions potentielles, tant dans le cas de l'exposition professionnelle que du public, nécessite l'introduction des préférences individuelles face à ces très faibles probabilités.

L'objectif de cette étude est donc d'utiliser les méthodes d'expérimentation sur la perception des très faibles probabilités d'occurrence développées ces dernières années

dans le domaine de la théorie économique du risque. Pour ce faire, l'expérimentation proposée repose sur des choix de loteries qui correspondent en tout point aux situations d'exposition aux rayonnements ionisants retenues, tant du point de vue de l'ordre de grandeur des conséquences négatives que des probabilités d'occurrence associées. Pour mener à bien ces travaux de révélation des préférences, des modèles permettant de séparer nettement l'évaluation psychologique des pertes, d'une part, et "l'attitude probabilistique" par rapport au risque, d'autre part, sont utilisés.

Ce rapport présente une méthode expérimentale de "laboratoire vivant" dans le but d'estimer directement la fonction de transformation des probabilités et d'avoir par conséquent une idée précise sur l'attitude probabilistique vis-à-vis du risque d'exposition à des rayonnements ionisants. Les modélisations du risque appropriées sont d'abord exposées (chapitre 2). Ensuite, une méthode et un protocole d'expérimentation adaptés, ainsi que les résultats obtenus sont présentés (chapitre 3). Enfin, un exemple d'utilisation de ces différents modèles pour l'évaluation du détriment radiologique évité dans le cas des expositions potentielles aux rayonnements ionisants est développé (chapitre 4).

## 2. LA PRISE EN COMPTE DE LA TRANSFORMATION PSYCHOLOGIQUE DES PROBABILITES DANS LA MODELISATION DE LA DECISION FACE AU RISQUE

### 2.1. La modélisation de la décision individuelle face au risque

Le management des risques vise à prescrire un ensemble de décisions dans une organisation. On ne saurait le réduire à un pur exercice normatif ni à une simple étude descriptive des comportements face au risque, mais il ne peut être séparé ni de l'une ni de l'autre.

Les fondements axiomatiques sont en effet d'importance dans la mesure où ils permettent de remettre en question le type de rationalité utilisé pour prendre des décisions face au risque, d'une part, et le type de rationalité utilisé pour représenter le comportement face au risque des agents de l'organisation, d'autre part. Mais la démarche axiomatique ne saurait remplir d'autre office que ce rôle de pédagogie exploratoire. Il n'est donc pas suffisant.

D'un autre côté, il est absolument indispensable de connaître le comportement effectif observable des agents pour pouvoir modéliser correctement le système opérant sur lequel les responsables doivent intervenir par les décisions qu'ils prennent dans ce domaine.

A ce dernier égard, l'hypothèse d'utilité espérée a été remise en cause par de multiples contributions à la suite du Paradoxe d'Allais de 1952. Divers "paradoxes" ont produit des résultats *négatifs* importants et largement concordants sur ce point. En revanche, peu de résultats *positifs* concernant le comportement effectif observable des individus face au risque ont été établis sur l'ensemble du triangle de Marschak-Machina.

Nous avons expliqué ailleurs (Munier, 1995 [1]) que les tests globaux des modèles d'utilité espérée généralisée ne peuvent fournir beaucoup d'information sur le comportement individuel effectif observable face au risque. Nous avons surtout montré que le phénomène essentiel est celui de la *dépendance par rapport à la structure de risque des paramètres d'attitude face au risque*, de prudence, etc. (Abdellaoui & Munier, 1994 [2]).

Dans le domaine de l'exposition aux rayonnements ionisants, la conséquence de cette nouvelle vision est qu'il est absolument indispensable d'évaluer la façon dont l'information est "traitée" par les individus *dans les structures de risque auxquelles on fait généralement face dans les types d'activités concernées*. Ces structures sont caractérisées par de très faibles probabilités d'événements aux conséquences fortement négatives.

Les modèles dits à fonctionnelle de préférence dépendant du rang des conséquences généralisent le modèle de l'utilité espérée en introduisant la possibilité pour l'individu exposé à un risque de transformer psychologiquement les probabilités objectives. Ils tiennent compte ainsi d'une nouvelle composante de l'attitude individuelle vis-à-vis du risque, l'attitude probabilistique.

Soit  $C$  un ensemble que nous interpréterons comme un ensemble de conséquences dans un problème de décision. L'ensemble  $L$  des mesures de probabilité simples (i.e., les mesures  $p$  pour lesquelles il existe une partie finie  $A$  de  $C$  telle que  $p(A) = 1$ ) peut être considéré comme un ensemble de "loteries" ayant leurs lots dans  $C$ . Une loterie  $p$  qui donne la conséquence  $x_i$  avec la probabilité  $p_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , sera notée  $(x_1, p_1 ; x_2, p_2 ; \dots ; x_n, p_n)$ . La loterie  $(x, p ; 0, 1 - p)$ , dite loterie élémentaire, sera notée  $(x, p)$ .

Notons  $p R q$  chaque fois que la loterie  $p$  est préférée ou équivalente à la loterie  $q$  et  $(p, q) R^* (r, s)$  chaque fois que la différence de préférence entre les loteries  $p$  et  $q$  est au moins aussi grande que la différence de préférence entre les loteries  $r$  et  $s$ .  $I$  et  $P$  (respectivement  $I^*$  et  $P^*$ ) représentent les parties respectivement symétrique (i.e. indifférence) et asymétrique (préférence stricte) de  $R$  (respectivement  $R^*$ ). Remarquons que les propositions faisant intervenir la relation de préférence  $R^*$  sont beaucoup plus riches en information que les propositions faisant appel à la relation  $R$ . Une connexion naturelle est généralement établie entre les relations  $R$  et  $R^*$  en considérant que  $(p, q) R^* (r, q)$  si et seulement si  $p R r$ .

A ces deux relations de préférence correspondent deux manières de modéliser les comportements individuels devant le risque. La première, la plus utilisée en économie mathématique, adopte un point de vue "représentationnel". Elle consiste à travailler avec la relation  $R$ , dans la majorité des cas. En effet, celle-ci, généralement considérée comme transitive et complète, est représentée grâce à une fonction numérique  $F$  définie sur  $L$  (l'ensemble des loteries) vérifiant la propriété de préservation de l'ordre :

$$p R q \Leftrightarrow F(p) \geq F(q) \quad (1)$$

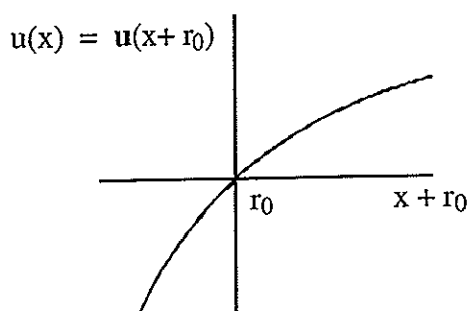
En somme, cette équivalence ne fait que "transformer" le préordre total  $R$  dont est muni l'ensemble  $L$  en ordre naturel sur  $\mathbb{R}$ . D'autres contraintes (axiomes ou postulats) imposées aux préférences du décideur (i.e. imposées à la relation  $R$ ) permettent d'explicitier plus ou moins "finement"  $F(p)$  pour chaque  $p$  de  $L$ .

La seconde consiste à faire appel aux deux relations  $R$  et  $R^*$  et à quelques contraintes sur les préférences de l'individu pour "construire" sur  $L$  la fonctionnelle  $F$ . Autrement dit, la fonctionnelle  $F$  ne résulte pas entièrement de contraintes (i.e. axiomes) imposées aux préférences de l'individu sur  $L$ .

Dans le modèle standard de la décision devant le risque, le modèle de l'utilité espérée, la fonctionnelle  $F$  n'est rien d'autre que l'utilité Neumannienne  $U$  telle que :

$$U(p) = \sum_{i=1}^n p_i u(x_i) \quad (2)$$

où  $u(x) = U(x, 1)$ . Les utilités des conséquences (monétaires) tiennent compte de la richesse initiale de l'individu. La courbure de la fonction  $u$  sur l'intervalle des conséquences exprime l'attitude vis-à-vis du risque (Figure 1).



**Figure 1.** Dans le modèle de l'utilité espérée les utilités des conséquences (monétaires) tiennent compte de la richesse initiale de l'individu

Ce modèle a d'abord vu le jour à travers la seconde méthode et, ensuite, il a été développé à travers la première. En effet, Daniel Bernoulli, 1738 [3], a proposé la règle de l'utilité espérée en faisant appel à une fonction d'utilité révélant des intensités de préférence (et donc utilisant implicitement la relation  $R^*$ ) sur l'ensemble des

conséquences monétaires concernant différents niveaux de richesse. Ensuite, une approche représentationnelle de la règle de l'utilité espérée, reposant exclusivement sur la relation  $R$ , a été proposée par von Neumann et Morgenstern, 1947 [4]. Ce changement d'approche a été à l'origine d'une grande controverse concernant la nature de la fonction d'utilité issue de la construction Neumannienne.

Plusieurs études de laboratoire ont montré que les individus confrontés à des choix risqués simples se comportent, en général, en contradiction avec l'hypothèse de linéarité en probabilité exprimée par l'équation (2) (cf. Bouyssou, 1984 [5] ou Munier, 1989 [6] par ex.). Kahneman et Tversky, 1979 [7], sont allés plus loin en proposant un modèle capable, d'après eux, de mieux représenter les comportements individuels dans des situations de choix risqués simples. Le modèle descriptif proposé repose sur deux idées-forces. La première considère que les conséquences sont jugées en termes de préférence par l'individu par rapport à un point de référence dit *statu quo*. Il en résulte que l'origine de l'échelle des utilités est donnée par avance et que la fonction en question mesure des intensités de préférence (cf. Currim et Sarin, 1989 [8] par exemple). La seconde considère que l'individu confronté à des choix risqués transforme psychologiquement les probabilités (objectives), en plus des conséquences. Il en résulte la prise en compte d'une fonction de transformation des probabilités en plus de la fonction d'utilité.

## 2.2. L'évolution des modèles

### 2.2.1. La prise en compte de l'hypothèse de transformation des probabilités

Dans la "Prospect Theory", la valeur  $V$  attribuée par un individu à une loterie  $(x, p ; y, q ; 0, 1 - p - q)$  est exprimée en termes de deux fonctions : une fonction croissante  $\Phi$ , dite de transformation des probabilités, qui associe à toute probabilité  $p$  un poids  $\Phi(p)$  et une fonction numérique  $v$ , définie à une transformation linéaire croissante près, qui associe à toute conséquence  $x$  la valeur  $v(x)$ . Plus précisément, pour des loteries du type  $(x, p ; y, q ; 0, 1 - p - q)$  avec  $p + q < 1$  et  $x \geq 0 \geq y$  ou bien  $x \leq 0 \leq y$ , on a :

$$V((x, p ; y, q ; 0, 1 - p - q)) = \Phi(p)v(x) + \Phi(q)v(y) \quad (3)$$

avec  $\Phi(0) = 0$ ,  $\Phi(1) = 1$  et  $v(0) = 0$ .

Pour avoir une idée sur le comportement de la fonction  $\Phi$  sur l'intervalle  $[0, 1]$ , Kahneman et Tversky supposent que la fonction  $v$  est concave pour les gains et convexe



pour les pertes (Figure 2) ; ils ont en outre imposé au modèle (3) les contraintes qui découlent de leurs observations expérimentales (cf. Abdellaoui, 1995 [9] par exemple).

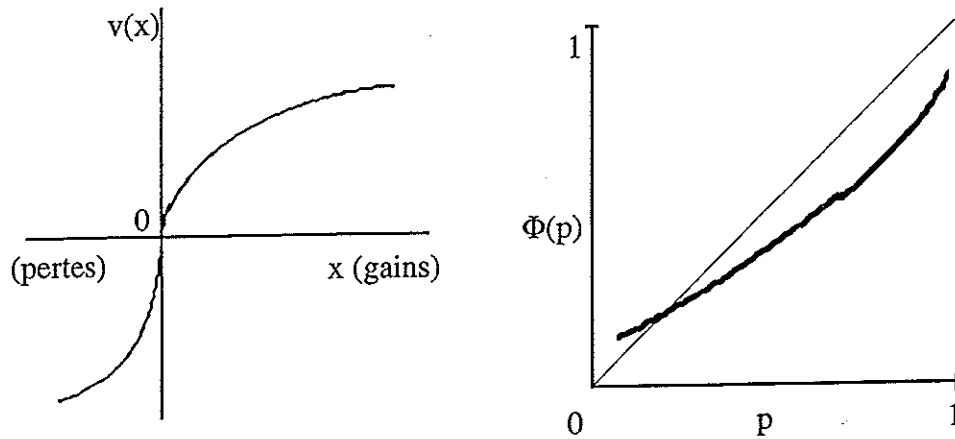


Figure 2. Formes retenues des fonctions  $\Phi$  et  $v$  dans la "Prospect Theory"

Le modèle issu de la "Prospect Theory" (PT) de Kahneman et Tversky, 1979 [7], fait donc de la transformation psychologique des probabilités la principale source de la faiblesse descriptive du modèle linéaire de l'utilité espérée. **La démarche qui a permis sa formulation fait implicitement appel à la notion d'intensité de préférence et donc à  $\mathbb{R}^*$  pour définir la fonction de valeur  $v$ .** Mais, dès sa naissance, la PT a été critiquée sur deux points :

- a) le modèle qui en est issu se limite à des loteries avec un maximum de trois conséquences ;
- b) il implique la violation de la dominance stochastique du premier ordre (cf. par exemple Munier, 1989 [6]), qui est généralement considérée comme un principe élémentaire de rationalité.

Une démarche similaire, c'est-à-dire faisant appel à la notion d'intensité de préférence sur l'intervalle des conséquences a permis à Allais de "construire" une fonctionnelle de préférence qui généralise celle du modèle Bernoullien en introduisant la possibilité pour l'individu de transformer subjectivement les probabilités objectives.

En effet, pour Allais trouver un modèle satisfaisant sur les plans descriptif et normatif

est une tâche qui n'a rien à voir avec un simple problème de représentation. Aussi, afin d'éviter le piège de l'interprétation de la fonction d'utilité résultant d'un théorème de représentation (comme c'est le cas de la fonction d'utilité Neumannienne  $u$ ), l'auteur propose de considérer la fonction d'utilité cardinale sur l'ensemble  $C$  comme une donnée de la psychologie du décideur qui doit être intégrée dans la modélisation de son comportement face au risque, **mais qui n'en résulte pas**. Ce qui l'a conduit dès les années 1950 à considérer une fonctionnelle de préférence  $S$  qui s'écrit comme suit :

$$S(\mathbf{p}) = \sum_{i=1}^n p_i^* \cdot s(x_i) \quad (4)$$

où  $s(x_i)$  désigne l'utilité cardinale associée par l'individu à la conséquence  $x_i$ . La somme des coefficients  $p_i^*$  est égale à l'unité, mais ils ne se confondent pas nécessairement avec les probabilités  $p_i$ . Les  $p_i^*$  sont le résultat du "traitement subjectif" que l'individu réserve aux probabilités objectives lorsqu'il fait face à des choix devant le risque.

Quiggin, 1982 [10], a été à l'origine de la première approche axiomatique (et donc représentationnelle) visant l'explicitation d'une fonctionnelle générale de préférence définie sur  $L$  **linéaire en utilités** (comme dans (3) et (4)) et donc similaire à celle de Allais. Cette fonctionnelle que nous noterons  $U_r$  associe à toute loterie  $\mathbf{p}$  de  $L$  avec  $x_1 \geq x_2 \geq \dots \geq x_n$  et  $p_i > 0$  pour tout  $i = 1, \dots, n$ , un nombre réel noté  $U_r(\mathbf{p})$  tel que :

$$U_r(\mathbf{p}) = \sum_{i=1}^n p_i^* u(x_i) \quad (5)$$

$$p_i^* = \Phi(p_1 + p_2 + \dots + p_i) - \Phi(p_1 + p_2 + \dots + p_{i-1}) \quad (6)$$

Les coefficients de pondération  $p_i^*$  dépendent donc des rangs des conséquences  $x_i$ . Ils reflètent la "contribution marginale" de la fonction de transformation des probabilités aux probabilités cumulées<sup>1</sup>. Lorsqu'il n'y a pas transformation non-affine des probabilités (i.e.,  $\Phi(p) = p$ ,  $0 \leq p \leq 1$ ), on revient au modèle linéaire en probabilité puisque chaque coefficient  $p_i^*$  se confond, dans ce cas, avec la probabilité  $p_i$  associée à la conséquence  $x_i$ . Quiggin fait explicitement référence à une interprétation Neumannienne de la fonction d'utilité.

<sup>1</sup> Il convient de noter que les pondérations sont exprimées à partir des fonctions cumulées de probabilités dans certains modèles et, à partir des fonctions décumulées de probabilités, dans d'autres modèles (les coefficients de pondération  $p_i^*$  et  $p_i$  sont différents).

Indépendamment, Yaari, 1987 [11], a proposé un modèle axiomatique dont la fonctionnelle de préférence est similaire à celle de Quiggin, mais avec une fonction d'utilité linéaire. Une démarche différente (non axiomatique) a conduit Allais, 1988 [12], à expliciter une fonctionnelle de préférence, identique à celle de Quiggin, mais avec une fonction d'utilité tenant compte de la seule attitude vis-à-vis de la richesse<sup>1</sup>. La transformation des probabilités reflète l'attitude vis-à-vis du risque. Wakker, 1994 [13], propose une axiomatique qui rend possible la séparation de l'attitude vis-à-vis de la richesse, reflétée par la fonction d'utilité  $u$ , et l'attitude probabilistique vis-à-vis du risque, reflétée par la fonction de transformation des probabilités.

Les travaux sur les modèles à fonctionnelle de préférence dépendant des rangs des conséquences (FDRC) sont à l'origine de la reformulation de la PT par Tversky et Kahneman, 1992 [14]. Cette nouvelle théorie connue sous le nom de la *cumulative prospect theory* (CPT) s'applique aussi bien à la décision dans le risque qu'à la décision dans l'incertain. L'innovation principale de la CPT est la prise en compte de la possibilité d'un traitement différent des probabilités (ou des événements) selon qu'on est en situation de gains ou en situation de pertes. En effet, les auteurs de la CPT tiennent compte de deux fonctions de transformation des probabilités, une en situation de gains et une autre en situation de pertes. La fonctionnelle de préférence retenue dans la CPT est similaire, en situation de risque, à celle d'un modèle FDRC. Mais la différence entre les deux modèles réside dans l'interprétation de la fonction d'utilité chez Kahneman et Tversky. **En effet, ces derniers gardent la fonction de valeur de l'ancienne version de la PT**, c'est-à-dire une fonction qui mesure les intensités des préférences et qui tient compte d'une conséquence de référence, sans prise en compte du niveau courant de la richesse de l'individu comme c'est le cas dans la fonction d'utilité Neumannienne et de la fonction d'utilité cardinale retenue par Allais.

### 2.2.2. Attitude vis-à-vis du risque et transformation des probabilités

Dans le cadre du modèle de l'utilité espérée, l'attitude vis-à-vis du risque d'un décideur est exclusivement prise en compte par sa fonction d'utilité. Le résultat de la

---

<sup>1</sup> B. Munier préfère donner le nom de "modèles dichotomiques" à ce type de modèles qui, conformément au modèle de M. Allais, séparent totalement l'attitude vis-à-vis du risque reflétée par la fonction de transformation des probabilités et l'attitude vis-à-vis de la richesse reflétée par la fonction d'utilité cardinale, plutôt que l'appellation plus générale de "modèles d'utilité dépendante du rang des conséquences" (souvent notés aussi modèles RDU conformément à la traduction anglaise "Rank Dependent Utility models").

comparaison, en termes de préférences, d'une loterie et de sa valeur actuarielle permet de dire si le décideur est riscophile, riscophobe ou neutre vis-à-vis du risque.

Lorsqu'on fait appel à la fonctionnelle de préférence  $U_r$ , l'attitude vis-à-vis du risque dépend de la forme de la fonction d'utilité  $u$  (et de la richesse de l'individu lorsqu'il s'agit d'une fonction Neumannienne) et de la fonction de transformation des probabilités. En effet, l'attitude vis-à-vis du risque d'un décideur dont les préférences sont représentées à l'aide d'une fonctionnelle  $U_r$ , en présence d'une loterie  $\mathbf{p} = (x_i ; p_i)$ ,  $i = 1, \dots, n$ , dépend de la prime de risque globale  $\pi$ . Celle-ci est telle que :

$$u(E(\mathbf{x}) - \pi) = E^*(u(\mathbf{x}))$$

où  $\mathbf{x}$  désigne la variable aléatoire associée à  $\mathbf{p}$ , et :

$$E(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n p_i x_i$$

$$E^*(u(\mathbf{x})) = \sum_{i=1}^n p_i^* u(x_i)$$

Autrement dit, le décideur est indifférent entre le montant certain  $E(\mathbf{x}) - \pi$  et la loterie  $\mathbf{p}$ . On voit bien d'après l'équation ci-dessus que la prime de risque dépend de la fonction d'utilité et de la fonction de transformation des probabilités à travers les coefficients de pondération  $p_i^*$ .

Sachant que la somme des  $p_i^*$  est égale à l'unité, on peut, afin d'isoler la partie de la prime de risque globale due à la transformation des probabilités, écrire que :

$$u(E^*(\mathbf{x}) - \pi') = E^*(u(\mathbf{x}))$$

avec, bien sûr,  $E(\mathbf{x}) - \pi = E^*(\mathbf{x}) - \pi'$ . D'où l'on déduit que :

$$\Delta\pi_\phi = \pi - \pi' = \sum_{i=1}^n p_i x_i - \sum_{i=1}^n p_i^* x_i$$

La différence  $\Delta\pi_\phi$  représente donc la différence entre une espérance mathématique tenant compte des probabilités objectives initiales et une "espérance mathématique" après transformation subjective de ces mêmes probabilités. Autrement dit, il s'agit bien

de la partie de la prime globale de risque due à la transformation des probabilités (Hilton, 1988 [15]).

En posant  $\mathbf{p} = (x, p)$  avec  $x > 0$ , on obtient :

$$\Delta\pi_\phi = (p - \Phi(p))x$$

Ce qui signifie que l'optimisme du décideur, i.e.  $p < \Phi(p)$ , a tendance à diminuer la prime de risque globale  $\pi$ , alors que le pessimisme de celui-ci a tendance à l'augmenter.

Considérons le cas d'une loterie  $\mathbf{p}$  dont les résultats sont faiblement dispersés autour d'une conséquence **finale**  $x^\circ$ . Par exemple,  $x = x^\circ + \varepsilon$  avec  $E(\varepsilon) = 0$ . Dans ce cas, une approximation locale de la prime de risque globale  $\pi_\varepsilon$  est donnée par :

$$\pi_\varepsilon \approx (1/2)E^*(\varepsilon^2)[ - u''(x^\circ)/u'(x^\circ) ] - E^*(\varepsilon)$$

La seule différence avec l'approximation habituelle (dans le cadre du modèle de l'utilité espérée) est l'utilisation de la "distribution transformée" des probabilités.

Une manière d'appréhender l'influence de la transformation des probabilités sur l'attitude du décideur vis-à-vis du risque consiste à écrire la fonctionnelle de préférence du décideur sous la forme d'une somme dont le premier terme est une espérance mathématique lorsque seules les probabilités varient (Abdellaoui, 1995 [16]). Pour ce faire, considérons le cas simple de la restriction de la fonctionnelle  $U_\Gamma$  à des loteries élémentaires.

On sait qu'en posant  $u(0) = 0$ , on obtient :

$$U_\Gamma(x, p) = \Phi(p)u(x)$$

En supposant que la fonction  $\Phi$  admet une dérivée seconde continue en tout point de l'intervalle  $[0, 1]$ , on peut l'approcher au voisinage de  $p$  à l'aide de la formule de Taylor (d'ordre 2) comme suit :

$$\Phi(p + \Delta p) = \Phi(p) + \Delta p \Phi'(p) + (1/2)\Delta p^2 \Phi''(p) + \Delta p^2 \xi(p, \Delta p)$$

En multipliant les deux membres de l'expression par  $u(x)$  on obtient :

$$U_T(x, p + \Delta p) = pu(x) + [\Phi(p) - p]u(x) + \Delta p[1 + (\Phi'(p) - 1)]u(x) \\ + (1/2)\Delta p^2 \Phi''(p)u(x) + \Delta p^2 \xi(p, \Delta p)u(x)$$

Ou encore :

$$U_T(x, p + \Delta p) = (p + \Delta p)u(x) + [(\Phi(p) - p) + \Delta p(\Phi'(p) - 1) + (1/2)\Delta p^2 \Phi''(p) \\ + \Delta p^2 \xi(p, \Delta p)]u(x)$$

Cette dernière expression donne une approximation locale de l'influence de la transformation des probabilités sur les préférences individuelles et donc sur l'attitude probabilistique vis-à-vis du risque.

En effet, au voisinage d'une probabilité  $p$ , trois caractéristiques locales de  $\Phi$  déterminent cette attitude probabilistique vis-à-vis du risque. D'abord, en  $p$ , la différence  $\Phi(p) - p$  qui caractérise l'optimisme ( $\Phi(p) - p > 0$ ) ou le pessimisme ( $\Phi(p) - p < 0$ ) "absolu" de l'individu. Ensuite, l'optimisme ou le pessimisme, lorsque la probabilité  $p$  varie, est caractérisé par la quantité  $\Phi'(p) - 1$  ; une pente supérieure (respectivement inférieure) à l'unité révèle un optimisme (respectivement pessimisme) de premier ordre. La concavité ou la convexité de  $\Phi$  au voisinage de  $p$  caractérise le pessimisme ou l'optimisme du deuxième ordre.

### 2.3. La méthode d'estimation de la fonction de transformation des probabilités

La méthode d'estimation de la fonction de transformation des probabilités que nous proposons ici repose sur une modélisation inspirée de la CPT de Kahneman et Tversky. En effet, nous considérons la **restriction** de ce modèle au domaine des loteries élémentaires  $C \times [0, 1]$ . Plus précisément, nous nous intéressons à la fonctionnelle de préférence proposée par ces deux auteurs et non aux axiomes supposés la justifier.

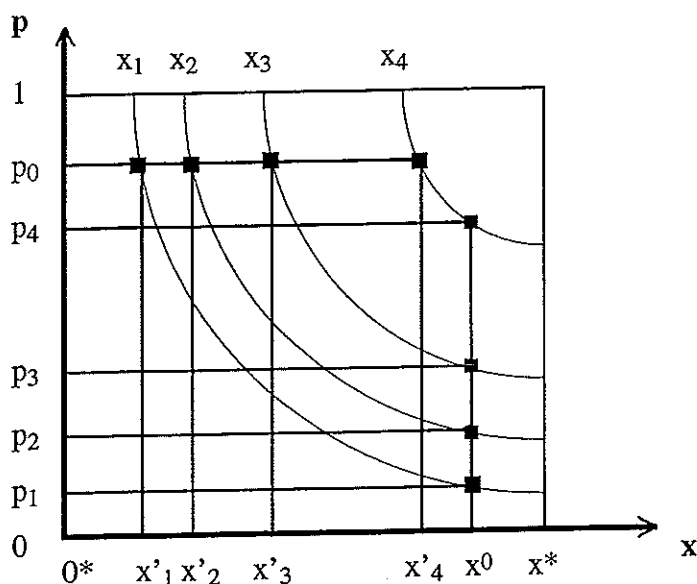


Figure 3. Carte d'indifférence compatible avec le modèle issu de la CPT

Supposons que l'ensemble  $C$  des conséquences est restreint à l'intervalle  $[0^*, x^*]$ , où  $0^*$  désigne un point de référence par rapport auquel le décideur considère les conséquences et  $x^*$  la conséquence préférée dans  $C$ . Désignons par  $V$  la restriction de la fonctionnelle de préférence issue du modèle de la CPT à l'ensemble des loteries élémentaires  $C \times [0, 1]$ . La Figure 3 fait apparaître des courbes d'indifférences que nous considérons comme compatibles avec  $V$ .

Sachant que  $v(0^*) = 0$  et compte tenu de la forme générale de  $V$  (cf. Tversky & Kahneman, 1992 [14]), on peut écrire que  $V(x, p) = \psi(p)v(x)$ , où  $\psi$  est une fonction croissante définie sur l'intervalle  $[0, 1]$  avec  $\psi(0) = 0$  et  $\psi(1) = 1$ . Ainsi, si l'on suppose que  $v(x_2) - v(x_1) = v(x_4) - v(x_3)$ , on en déduit immédiatement que :

$$V(x_2, 1) - V(x_1, 1) = V(x_4, 1) - V(x_3, 1)$$

puisque  $\psi(1) = 1$ . Ce qui signifie que  $((x_1, 1), (x_2, 1)) I^* ((x_3, 1), (x_4, 1))$ , ou encore que la différence de préférence ressentie lors du passage de la loterie dégénérée  $(x_1, 1)$  à la loterie dégénérée  $(x_2, 1)$  est jugée équivalente à la différence de préférence ressentie lors du passage de la loterie dégénérée  $(x_3, 1)$  à la loterie dégénérée  $(x_4, 1)$ .

Compte tenu de ce qui précède, la Figure 3 montre que pour  $i = 1, \dots, 4$ , on a  $(x_i, 1) I (x'_i, 1)$  et donc que :

$$((x'_2, p_0), (x'_1, p_0)) I^* ((x'_4, p_0), (x'_3, p_0)) \quad (7)$$

D'un autre côté, on a, pour  $i = 1, \dots, 4 : (x_i, 1) I (x^\circ, p_i)$ .

Il en découle que :

$$((x^\circ, p_2), (x^\circ, p_1)) I^* ((x^\circ, p_4), (x^\circ, p_3)) \quad (8)$$

ou encore :

$$V(x^\circ, p_2) - V(x^\circ, p_1) = V(x^\circ, p_4) - V(x^\circ, p_3)$$

C'est-à-dire que l'on a finalement, compte tenu de la forme multiplicative de  $V$ , l'égalité suivante :

$$\psi(p_2) - \psi(p_1) = \psi(p_4) - \psi(p_3) \quad (9)$$

Il est clair, d'après ce qui précède, que si l'on avait la possibilité d'observer des indifférences de type (8), on obtiendrait des égalités similaires à (9) qui permettraient d'estimer la fonction  $\psi$  de transformation des probabilités sur l'intervalle  $[0, 1]$ .

En fait, l'obtention d'une indifférence de type (8) ci-dessus nécessite, dans la pratique, de poser des questions similaires à celles qu'on pose habituellement à l'individu dont on veut encoder une fonction d'utilité cardinale (Allais, 1988 [12]) ou une fonction de valeur mesurant l'intensité des préférences (Currim & Sarin, 1989 [8]). En effet, dans ce cas on pose au décideur des questions qui consistent à comparer :

- le passage  $x = (x, 1) \rightarrow x' = (x', 1)$
- au passage  $y = (y, 1) \rightarrow y' = (y', 1)$  en termes de préférences.

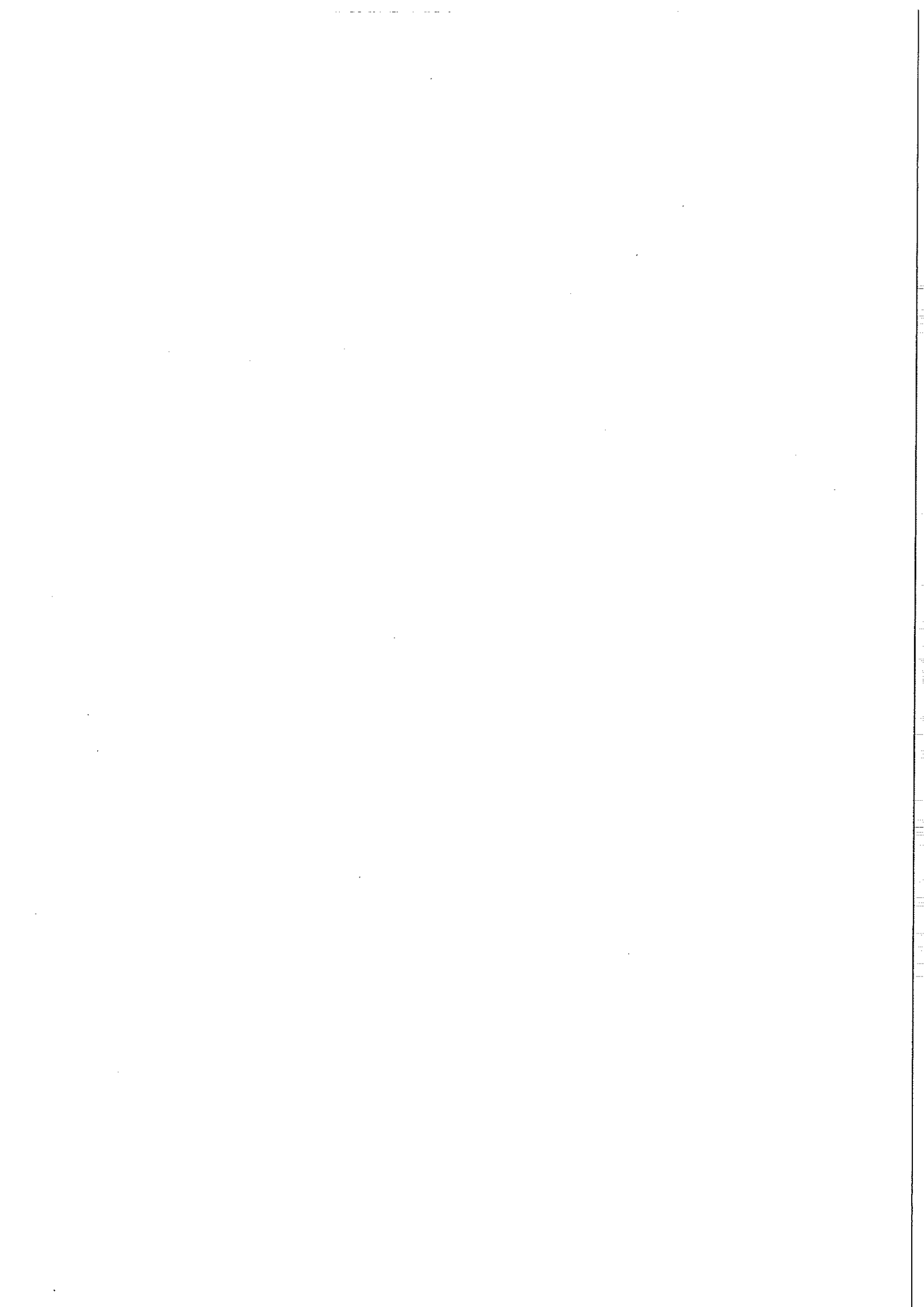
Bouyssou & Vansnick, 1990 [17], p. 996, mentionnent quatre techniques connues :

- a) la technique de "Direct Rating" où l'on donne aux conséquences des notes supposées refléter les différences de préférence (cf. Fishburn, 1967 [18]) ;
- b) les techniques de "bisection" d'un intervalle où l'on cherche une conséquence à mi-parcours, en termes de "valeur psychologique", des extrémités d'un certain intervalle (cf. Allais, 1979 [19] ou Krzystofowicz, 1983 [20]) ;



- c) les techniques fondées sur la fiction de "mondes parallèles" (cf. Bouyssou & Vansnick, 1990 [17]) ;
- d) les techniques d'"échange" où l'on introduit une conséquence extérieure au problème pour "calibrer" les différences de préférence (cf. McCord et de Neufville, 1984 [21]).

Pour notre part, nous proposons une technique simple, qui nous semble particulièrement adaptée à l'estimation de la fonction de transformation des probabilités face au risque d'exposition aux rayonnements ionisants. Nous avons baptisé cette technique d'estimation : "méthode des jumeaux".



### 3. UNE ETUDE DE CAS

#### 3.1. Principe général

Dans cette étude, nous nous proposons de procéder à l'estimation de la fonction de transformation des probabilités pour un individu confronté au risque d'exposition aux rayonnements ionisants à un niveau relativement plus élevé que le niveau habituel. Dans ce contexte, l'individu ne considère pas directement les doses, mais les variations de celles-ci par rapport à un point de référence qui n'est autre que la dose "normale" (ou habituelle)  $D^0$ . Donc toute dose  $D$  inférieure à  $D^0$  engendre un "gain"  $D^0 - D > 0$ , et toute dose  $D$  supérieure à  $D^0$  engendre une "perte"  $D^0 - D < 0$ .

La situation d'un travailleur confronté au risque de recevoir une dose "anormale"  $D$  lors d'une intervention ponctuelle (i.e.,  $D^0 - D < 0$ ) avec une probabilité  $p$  peut être représentée à l'aide de la loterie élémentaire  $(x, p)$ , où  $x = D^0 - D$ . L'individu dont on veut estimer la fonction de transformation des probabilités  $\psi$  et à qui on poserait la question de savoir si, pour lui, le passage de la situation décrite par  $(x, p)$  à la situation décrite par  $(x, q)$  est préféré ou non au passage de la situation décrite par  $(x, r)$  à la situation décrite par  $(x, s)$ , est obligé d'être "acteur et observateur" en même temps. Afin de dissocier ces deux aspects dans l'esprit de l'agent en question, la méthode des jumeaux fait appel au détour suivant.

L'agent  $X$  est mis en situation d'observateur de deux changements de situation concernant deux autres agents  $A$  et  $B$  ayant des postes de travail similaires au sien et possédant les **mêmes préférences** que lui face au risque. Les deux changements représentent une diminution de la probabilité d'être confronté à une perte  $x = D^0 - D < 0$  lors de l'intervention.

L'agent  $A$  est confronté au changement de situation suivant :

$$(x, p_1) \rightarrow (x, 0)$$

Ce qui équivaut, pour celui-ci, au passage d'une situation dans laquelle il était confronté au risque de recevoir une dose  $D$  supérieure à la dose habituelle (soit  $D^0 - D < 0$ ) à une situation où ce risque est exclu (l'agent est certain qu'il aura affaire à une "situation normale").

L'agent B est confronté au changement de situation suivant :

$$(x, 1) \rightarrow (x, p_1)$$

Il s'agit ici, pour l'agent B, du passage d'une situation dans laquelle il était confronté avec certitude à une dose supérieure à la dose habituelle à une nouvelle situation dans laquelle il est confronté à cette même dose avec une probabilité  $p_1$ , strictement inférieure à 1.

On demande alors à l'agent X quel est le *changement* qui lui semble porteur de plus de *satisfaction*. Les réponses de l'agent à une série de questions similaires permettent de "trouver" la probabilité  $p_1^*$  pour laquelle  $((x, p_1^*), (x, 0)) \sim ((x, 1), (x, p_1^*))$ . En utilisant  $V$  et en simplifiant par  $v(x)$ , on obtient l'égalité :

$$\psi(p_1^*) - \psi(0) = \psi(1) - \psi(p_1^*)$$

c'est-à-dire que  $\psi(p_1^*) = 1/2$ . La même méthode appliquée à l'intervalle  $[0, p_1^*]$  permet d'obtenir un point  $p_2^*$  tel que  $\psi(p_2^*) - \psi(0) = \psi(1) - \psi(p_2^*)$ , c'est-à-dire :

$$\psi(p_2^*) = (1/2)^2$$

Un protocole expérimental a été conçu afin de permettre la détermination des probabilités  $p_i^*$  avec une précision fixée à l'avance par l'expérimentateur.

### 3.2. Protocole expérimental

#### 3.2.1. Choix proposés aux sujets

Chacun des sujets qui ont participé à notre étude a été placé en situation de comparer, par rapport à ses propres goûts vis-à-vis du risque, le changement intervenu dans la situation de l'agent A au changement intervenu dans la situation de l'agent B. Les situations finales et initiales concernent toutes un risque d'exposition à un niveau supérieur à la dose "normale". Dans chaque expérience  $\text{Exp}(p_a, p_b)$ , l'objectif recherché était la détermination d'une probabilité à mi-chemin, en termes de "transformation des probabilités", des extrémités de l'intervalle  $[p_a, p_b]$ . La détermination de cette probabilité se fait après un certain nombre d'itérations.

Dans l'expérience  $\text{Exp}(0, 1)$ , par exemple, on commence par demander à l'agent de choisir, selon la procédure expliquée plus haut, entre les deux situations  $S_A$  et  $S_B$  suivantes :

$S_A$  : (x, 0,5)  $\rightarrow$  (x, 0)  
 $S_B$  : (x, 1)  $\rightarrow$  (x, 0,5)

Dans  $S_A$  et  $S_B$ , les changements concernent les agents jumeaux A et B respectivement.

Supposons par exemple que le sujet préfère  $S_B$  à  $S_A$ . Cela signifie que la satisfaction induite par le passage de la probabilité 1 (d'être exposé...) à la probabilité 0,5 est supérieure pour lui à la satisfaction occasionnée par le passage de la probabilité 0,5 à la probabilité 0. Il en résulte que la "probabilité d'indifférence" se situe quelque part à l'intérieur de l'intervalle  $[0,5 ; 1]$ . L'itération suivante consiste à comparer deux (nouvelles) situations indépendantes des précédentes. A la  $i$ -ème itération, on obtient un intervalle  $[\alpha, \beta]$  dans lequel se trouve la probabilité (à mi-chemin) recherchée. Le processus itératif est arrêté lorsque  $|\beta - \alpha| < 0,05$ . On prend alors comme valeur  $p_1^*$  le centre de cet intervalle.

### 3.2.2. Recueil des réponses des sujets

L'étude expérimentale présentée ici est en fait une étude qui a été réalisée en deux étapes : une étude pilote et une étude en "laboratoire vivant" (centrale nucléaire de Golfech).

Dans l'étude pilote les sujets questionnés, au nombre de 19, appartiennent tous au Centre d'étude sur l'Evaluation de la Protection dans le domaine Nucléaire (CEPN) et ont, dans la majorité, une bonne connaissance des effets associés aux rayonnements ionisants. Un rapide rappel des effets pathologiques radio-induits ainsi que les ordres de grandeur en termes de doses a cependant été systématiquement et préalablement présenté à chaque interviewé.

Dans l'étude en laboratoire vivant, les sujets questionnés, au nombre de 19 également, sont tous des agents appartenant au personnel de la centrale nucléaire de Golfech. Ils font tous partie des agents effectivement confrontés à un risque de recevoir des doses "anormales" de radiations ionisantes lors de certaines de leurs interventions.

### 3.2.2.1. Présentation de l'étude

Il s'agit d'une phase très importante où l'expérimentateur explique au sujet ce qu'il attend de lui. Les lignes qui suivent reprennent les explications exposées par l'expérimentateur dans l'étude pilote comme dans l'étude finale (Appéré, 1994 [22] pp. 44-46).

*« But de l'étude : avoir une idée sur votre attitude (probabilistique) vis-à-vis du risque de recevoir une dose de rayonnements ionisants supérieure aux doses habituelles.*

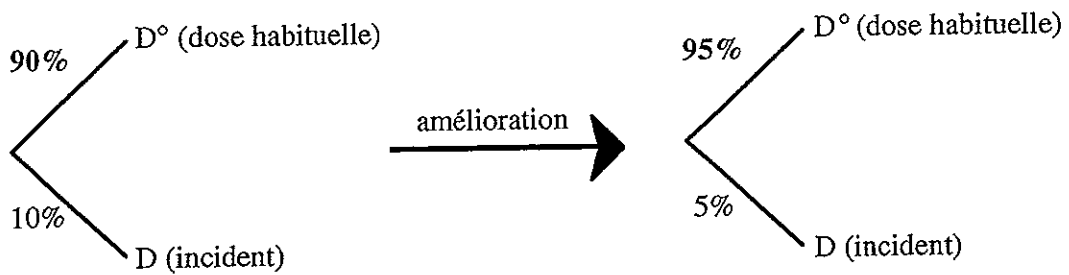
*Risque d'exposition (incidentelle) : On peut définir le risque d'exposition comme une situation inhabituelle dans laquelle un ou plusieurs agents sont soumis à un niveau d'exposition aux radiations supérieur à celui observé en situation "normale".*

*Exemple de situation avec risque d'exposition : Utilisation de robots dans des centres nucléaires*

*La robotisation dans les installations nucléaires permet de réduire de façon importante les doses reçues par les travailleurs.*

*Dans les conditions habituelles de fonctionnement, les niveaux d'exposition des agents sont relativement faibles : ce sont désormais, les robots qui effectuent les tâches les plus exposées. Cependant, il arrive que dans certaines conditions, des robots subissent des défaillances alors qu'ils opèrent dans des lieux exposés. L'intervention humaine peut alors se révéler nécessaire et, dans ce cas, il est possible que les agents impliqués subissent des niveaux d'exposition largement supérieurs à ceux observés habituellement.*

*Dans une situation similaire, un agent peut avoir 9 chances sur 10 de recevoir la dose normale  $D^0$  et 1 chance sur 10 de recevoir une dose  $D$  plus élevée que la dose normale. Néanmoins, il est toujours possible de réduire ces "chances" d'exposition engendrées par ces incidents, en améliorant par exemple la qualité des robots ou simplement en renforçant la maintenance. On pourra ainsi, par exemple, faire passer les chances qu'une exposition se réalise de 10% à 5% » (Figure 4).*



**Figure 4.** Représentation graphique d'une diminution du risque d'exposition accidentelle entraînant une dose annuelle moyenne supérieure à celle habituelle de l'agent

*« Le problème ici n'est pas de réduire le niveau d'exposition accidentel mais de chercher directement à ce qu'un tel incident ne se réalise pas ou du moins qu'il ait très peu de chances de se réaliser. »*

#### 3.2.2.2. Objet de l'étude

*« Nous cherchons à cerner vos réactions par rapport à ces risques d'exposition potentielle, c'est-à-dire à des expositions non habituelles qui ont une certaine "chance" de se réaliser.*

*Pour cela, on vous demandera, dans une série de questions indépendantes, de comparer à chaque fois deux situations indépendantes et simultanées (i.e., on ne peut échapper ni à l'une ni à l'autre), où il existe un certain risque de recevoir une dose inhabituelle, et dont on peut réduire les chances d'apparition.*

*Certaines des situations proposées sont fictives car elles font apparaître des probabilités accidentelles très élevées. Ce qui nous intéresse, c'est seulement de savoir quelles sont vos réactions par rapport à ces situations.*

*L'information obtenue à l'issue de cette enquête pourra par la suite être utilisée dans certaines recommandations de radioprotection tenant compte de l'attitude des agents concernés par un risque d'exposition potentielle. »*

### 3.2.2.3. Cadre proposé au sujet

*« On considère deux personnes A et B occupant le même type de poste que le vôtre. De plus, ces deux agents ont exactement le même comportement, les mêmes réactions que vous par rapport à un éventuel incident engendrant une exposition anormale. On dira que ce sont vos "frères jumeaux", car ils réagissent exactement comme vous, face au risque. Vos jugements sur les situations envisagées sont identiques aux leurs et réciproquement.*

*Ces deux personnes occupent respectivement les postes de travail A\* et B\*. On prend l'exemple suivant :*

- *L'agent travaillant sur le poste A\* a 6 chances sur 10 qu'un incident se réalise et qu'il reçoive une dose anormale de 60 mSv<sup>1</sup>.*
- *L'agent travaillant sur le poste B\* a, lui, 10 chances sur 10 qu'un incident se réalise et qu'il reçoive ainsi la dose anormale de 60 mSv.*

*Ces deux situations sont simultanées et obligatoires.*

*D'autre part, il est possible de réduire les chances que de tels incidents se réalisent (en améliorant par exemple la qualité du matériel). On vous demandera alors lequel de ces deux agents (vos frères jumeaux) devrait être le plus satisfait de cette amélioration. »*

---

<sup>1</sup> La valeur de 60 mSv/an attribuée au niveau d'exposition "anormal" a été fixée arbitrairement de telle sorte que cette valeur soit jugée "anormale" puisque supérieure aux limites réglementaires, mais de manière à ce qu'elle n'apparaisse pas comme une dose "effrayante", ce qui aurait vraisemblablement introduit des biais dans l'analyse de la perception des probabilités. En toute rigueur, il aurait fallu tester la sensibilité des réponses à ce niveau d'exposition pour renforcer l'analyse et pour pouvoir s'assurer de la stabilité de la fonction de transformation des probabilités déterminée, mais cela aurait considérablement allongé la durée du questionnaire et augmenté sa complexité. Intuitivement, il est très vraisemblable que ce niveau d'exposition n'influence pas les réponses apportées dans la mesure où il se situe dans un intervalle de doses homogènes (c'est-à-dire non effrayantes), par contre dans le cas d'un niveau d'exposition nettement supérieur aux limites réglementaires (même s'il est inférieur aux seuils d'effets déterministes connus), il serait indispensable de procéder à de tels tests de sensibilité.



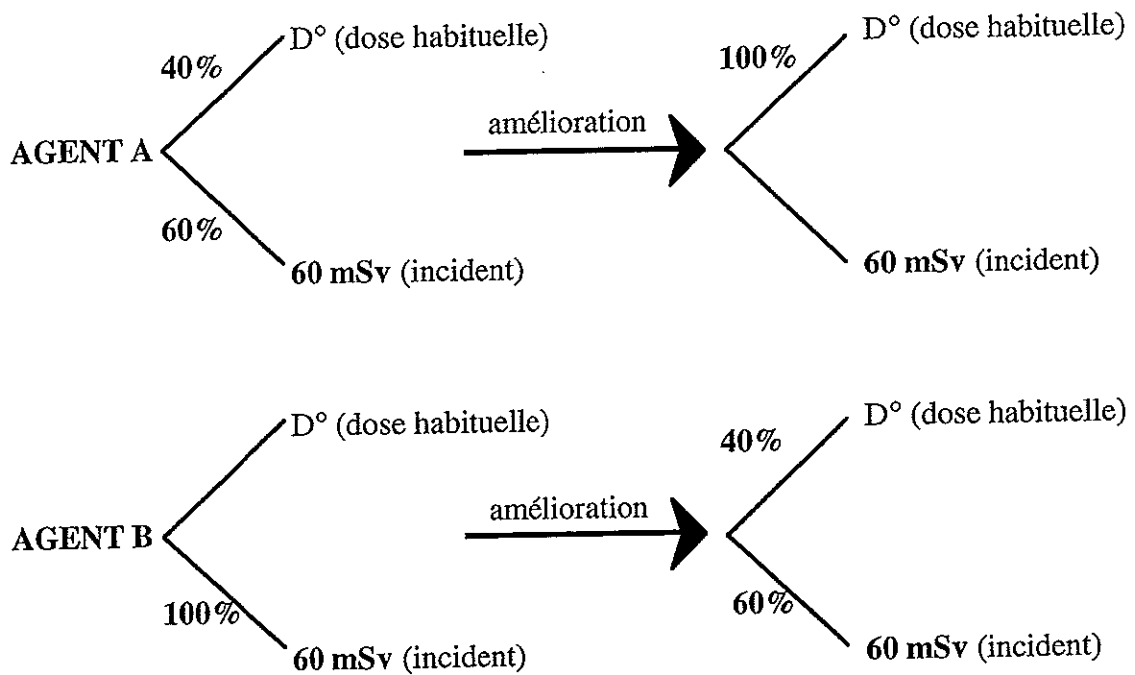


Figure 5. Situations respectives d'exposition potentielle des frères jumeaux

L'interrogation se fait individuellement par l'intermédiaire d'un programme interactif spécialement conçu pour cette étude. Le format des questions posées par l'intermédiaire du programme interactif TWINS (conçu au GRID) est le suivant :

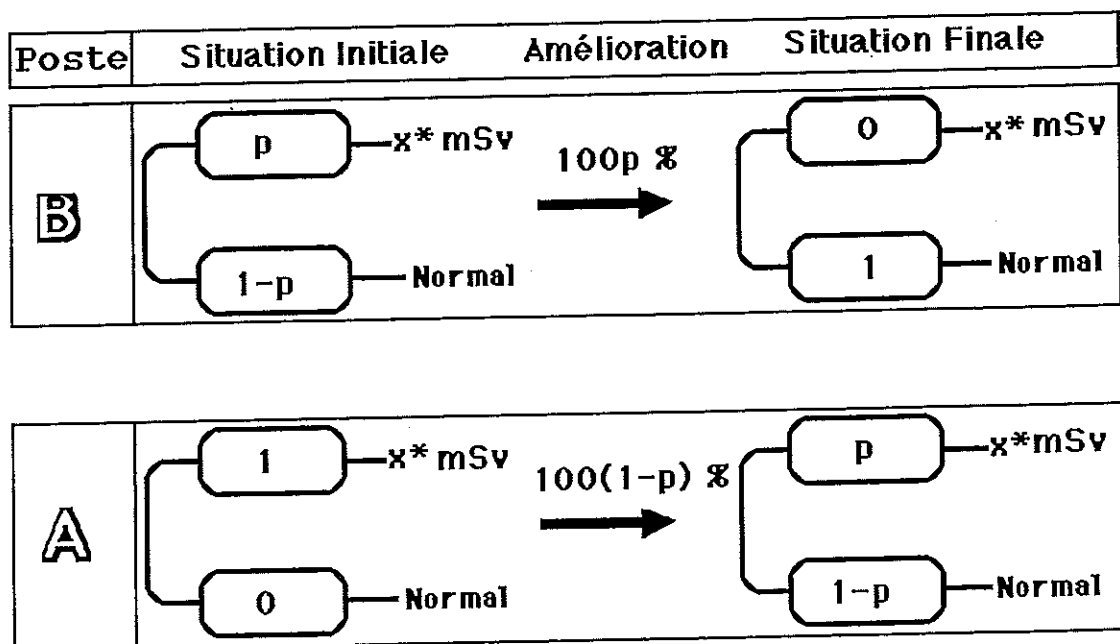


Figure 6. Format général des questions posées au sujet

La présentation de l'étude et le recueil des réponses du sujet nécessite 35 minutes environ.

### 3.3. Résultats

Reprenons la restriction du modèle de la "Prospect Theory" à des loteries élémentaires similaires à celles utilisées dans cette étude. On a :  $V(x, p) = \Psi(p)v(x)$ . Les fonctions estimées peuvent être regardées de deux manières différentes. D'abord, en tant qu'estimation de la fonction  $V(x, \cdot)$  sur l'intervalle  $[0, 1]$ , pour une conséquence  $x = x^*$  donnée. Ensuite, en tant qu'estimation de cette même fonction, mais en considérant le modèle multiplicatif  $\Psi(p)v(x)$ .

Bouyssou et Vansnick, 1990 [17], p. 987, montrent qu'une fonction de valeur mesurant les différences de préférence sur un ensemble de loteries (simples) est linéaire en probabilité si, et seulement si, quelles que soient les loteries  $\mathbf{p}$  et  $\mathbf{q}$ , le passage de la loterie  $\mathbf{p}$  à la loterie composée  $(\mathbf{p}, 0,5 ; \mathbf{q}, 0,5)$  est équivalent au passage de la loterie  $(\mathbf{p}, 0,5 ; \mathbf{q}, 0,5)$  à la loterie  $\mathbf{q}$ , en termes d'intensité des préférences,  $(\mathbf{p}, 0,5 ; \mathbf{q}, 0,5)$  désignant la loterie composée qui donne  $\mathbf{p}$  avec la probabilité 1/2 et  $\mathbf{q}$  avec la probabilité 1/2.

Imposée à la fonctionnelle  $V$ , la restriction de cette condition à l'ensemble des loteries élémentaires  $C \times [0, 1]$  s'écrit :

$$\forall x \in C, \forall p, q \in [0, 1], V(x, (p+q)/2) - V(x, p) = V(x, q) - V(x, (p+q)/2)$$

Autrement dit, si la fonction  $V(x, \cdot)$  estimée est non linéaire sur  $[0, 1]$  (i.e., la condition ci-dessus n'est pas vérifiée), alors  $V$  n'est pas linéaire en probabilité (i.e.,  $V(x, p) \neq p.v(x)$ ).

L'hypothèse de linéarité de la fonction  $V(x, \cdot)$ , pour  $x$  donnée, est clairement rejetée par les données récoltées. En effet, l'hypothèse  $\Psi(p) = p$  est clairement rejetée par le test des rangs signés de Wilcoxon (Appéré, 1994 [22], annexe a<sub>7</sub> de l'étude pilote, p. 67). Donc  $V(x, \cdot)$ , pour  $x$  donnée, n'est pas linéaire. Autrement dit, les comportements individuels face à des risques d'exposition à des rayonnements ionisants ne peuvent pas être correctement représentés à l'aide d'une fonctionnelle de préférence, faisant intervenir une fonction de valeur mesurant les différences de préférence, linéaire en probabilité. Autrement dit, le modèle de l'utilité espérée ne peut rendre compte de la manière dont

les sujets de l'étude traitent les probabilités objectives.

Si l'on suppose maintenant que les comportements individuels auxquels nous avons affaire peuvent être décrits à l'aide du modèle multiplicatif  $V(x, p) = \Psi(p) \cdot v(x)$ , alors la fonction estimée sur l'intervalle  $[0, 1]$  n'est autre que la fonction de transformation des probabilités  $\Psi$ .

Abscisse	Ordonnée
0,000	0,000
0,090	0,031
0,180	0,063
0,350	0,125
0,565	0,250
0,745	0,500
0,900	0,750
0,950	0,875
1,000	1,000

Pente près de 0 = 0,3472  
Pente près de 1 = 2,5000

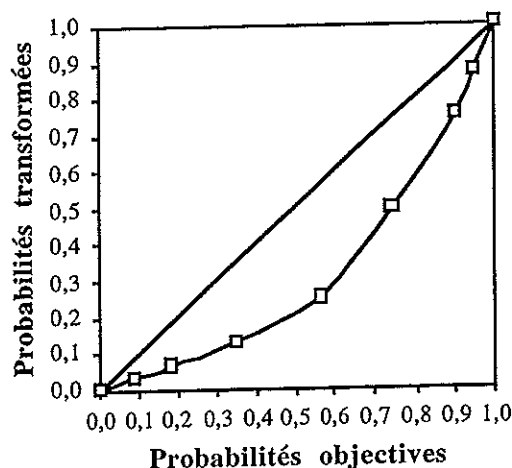


Figure 7. Exemple de courbe de transformation des probabilités (sujet 1)

### 3.3.1. Attitude probabilistique globale

Les réponses de chaque sujet permettent comme prévu la construction de sa fonction de transformation des probabilités objectives. Comme on l'a montré plus haut, l'attitude probabilistique vis-à-vis du risque dépend de la forme de cette fonction.

Comme le montrent les courbes estimées et le Tableau 1, 12 sujets, soit 64% des sujets de l'échantillon, ont des courbes de transformation des probabilités convexes. Ce qui correspond à une attitude probabilistique vis-à-vis du risque reflétant un optimisme absolu global (i.e. quelle que soit la probabilité considérée). Ces fonctions peuvent être correctement ajustées à l'aide d'une fonction simple comme  $\Psi(p) = p^\alpha$ , où  $\alpha$  est le paramètre à estimer.

Tableau 1. Présentation synthétique des résultats

Attitude probabilistique globale	Etude pilote (CEPN) (19 sujets)	Etude finale (Golfech) (19 sujets)
Optimiste	11	12
Pessimiste	2	4
Neutre	3	1
Mixte	3	2

Dans chacun des deux échantillons de sujets, on remarque une prédominance de l'attitude probabilistique optimiste.

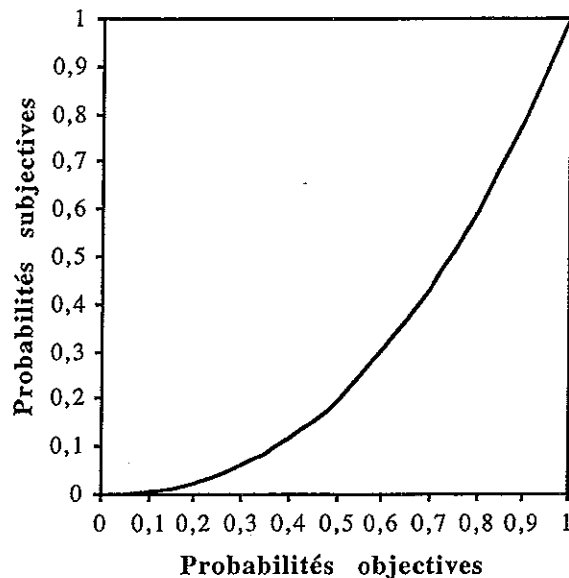


Figure 8. Fonction de transformation des probabilités ajustée (sujet 1,  $\alpha = 2,34$ , algorithme "quasi-Newton")

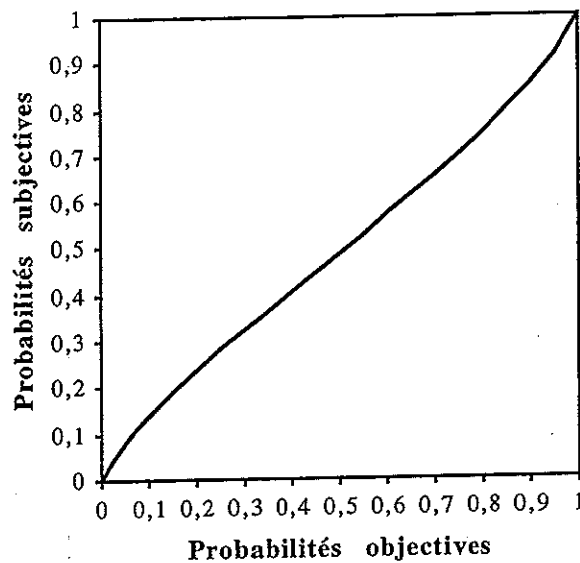
Le sujet n° 11 se distingue pour une attitude probabilistique absolue neutre, il n'est ni optimiste (courbe convexe), ni pessimiste (courbe concave).

Parmi les sujets restants, 4 ont des courbes reflétant un pessimisme global (i.e. courbes de transformation des probabilités concaves sur l'intervalle  $[0, 1]$ ). Les deux sujets restants ont des courbes mixtes, légèrement concaves au voisinage de 0 et convexes ailleurs. Pour ce type de courbes, on peut faire appel à une forme générale utilisée par Kahneman et Tversky, 1992 [14], pour estimer la fonctionnelle du modèle issu de leur

"Cumulative Prospect Theory". Dans ce cas, on pose :

$$\Psi(p) = \frac{p^\alpha}{(p^\alpha + (1-p)^\alpha)^{1/\alpha}}$$

$\alpha$  étant le paramètre à estimer.



**Figure 9.** Fonction de transformation des probabilités ajustée (sujet 3,  $\alpha = 0,829$ , algorithme "quasi-Newton")

### 3.3.2. Attitude probabilistique au voisinage de la sécurité absolue ( $p = 0$ )

Compte tenu de la qualité des conditions de sécurité régnant dans les centrales nucléaires en France, on ne peut pas considérer avec réalisme des probabilités  $p$  d'exposition dans la moitié supérieure de l'intervalle  $[0, 1]$ . C'est la raison pour laquelle on s'intéresse dans cette étude à la transformation subjective des faibles probabilités.

Comme on l'a vu précédemment, l'attitude probabilistique vis-à-vis du risque au voisinage d'une probabilité  $p$  dépend de la position de la courbe par rapport à la première bissectrice (en  $p$ ), de la pente de celle-ci (en  $p$ ) et de la forme générale de cette courbe au voisinage de  $p$ .

Lorsqu'on travaille dans un intervalle de probabilité  $[0, \mu]$  avec  $\mu$  très petit, le rapport positif  $R = \psi(\mu)/\mu$ , la pente de la fonction de transformation des probabilités au voisinage de 0, constitue un bon indicateur de l'attitude probabilistique vis-à-vis du risque.

En effet, un  $R$  supérieur (respectivement inférieur) à l'unité implique :

- a)  $\psi(p) - p < 0$  (respectivement  $>$ )
- b)  $\psi'(p) - 1 < 0$  (respectivement  $>$ )

Ce rapport ne capte cependant pas l'information concernant la convexité ou la concavité de la courbe de  $\psi$  au voisinage de 0. Mais on peut raisonnablement considérer que lorsque la pente de la fonction de transformation des probabilités est inférieure (respectivement supérieure) à l'unité au voisinage de 0, alors  $\psi''(.) > 0$  (respectivement  $< 0$ ) sur  $[0, \mu]$ .

Si l'on exclut les sujets 8 et 17 pour lesquels  $R$  est respectivement égal à 3,12 et 12,5, la distribution empirique des  $R$  présente une moyenne de 0,743 et un écart-type de 0,817. Lorsque l'on tient compte de la distribution empirique relative aux 09 sujets exhibant la tendance (probabilistique vis-à-vis du risque) majoritaire, on obtient une pente moyenne de 0,323 et un écart-type de 0,211.

#### 4. LA PRISE EN COMPTE DE LA TRANSFORMATION DES PROBABILITES POUR L'EVALUATION DU COUT DU DETRIMENT EVITE : UN EXEMPLE D'UTILISATION

##### 4.1. Un rappel de la méthode en certitude

Lorsque des agents sont exposés professionnellement à des rayonnements ionisants, ils peuvent être soumis à deux risques : un risque d'exposition potentielle, pour lequel l'incertitude porte sur une part de la dose annuelle moyenne qu'ils sont susceptibles de recevoir en cas d'expositions non contrôlées (incident par exemple), et un risque d'effets sur la santé de la dose effectivement reçue, pour lequel l'incertitude porte sur les conséquences de l'exposition des agents aux rayonnements ionisants, en d'autres termes sur l'apparition ou non d'effets stochastiques.

La gestion du risque radiologique s'appuyant sur les recommandations de la CIPR 60 [23], dans un souci de prudence en l'absence de certitudes scientifiques quant à l'existence ou non de ces effets aux faibles niveaux d'exposition, suppose que la probabilité d'apparition des effets stochastiques dépend linéairement de la dose reçue. Dès lors, la gestion du risque radiologique consiste d'une part, à gérer l'exposition des agents en certitude pour la part de la dose annuelle moyenne qui est relativement bien connue et, d'autre part à gérer le risque d'expositions potentielles, c'est-à-dire la part d'exposition qui pourrait venir s'ajouter en cas d'incident et qui relève de l'incertain.

En certitude, l'optimisation de la radioprotection vise à maintenir les expositions aussi bas qu'il est raisonnablement possible compte tenu des contraintes économiques et sociales. Il s'agit de réduire des doses certaines. Dans cette optique, une analyse coût-bénéfice est réalisée. Elle consiste à comparer le coût de la mise en oeuvre d'une action de radioprotection avec le bénéfice sanitaire qui en résulte. Il est donc nécessaire de calculer le coût de l'action de radioprotection d'une part, et d'attribuer une valeur monétaire au détriment évité grâce à la diminution de l'exposition des agents, d'autre part.

La démarche d'optimisation de la radioprotection peut être illustrée à l'aide d'un exemple simple. Supposons la fonction de coût suivante :

$$C = 0,05 \text{ MF} \cdot \sum_{\text{Plages de doses}} \left( \begin{array}{c} \text{Variation de la dose} \\ \text{collective en h.Sv} \end{array} \right) / \left( \begin{array}{c} \text{Niveau d' exposition individuel} \\ \text{moyen initial en Sv/an} \end{array} \right)$$

Afin d'attribuer une valeur monétaire au détriment évité grâce à l'action de radioprotection, un modèle de détermination des valeurs monétaires de l'unité de dose collective a été proposé par le CEPN en 1993 [24]. La valeur monétaire de référence (encore appelée valeur d'alpha), associée à un niveau annuel moyen d'exposition individuel  $d_i$ , est déterminée par la formule suivante :

$$\alpha_{i \text{ ref}} = \alpha_{\text{base}} \left( \frac{d_i}{d_0} \right)^a$$

avec :

- $\alpha_{\text{base}}$  : valeur monétaire de base de l'unité de dose collective
- $d_0$  : borne supérieure de la plage de dose individuelle pour laquelle  $\alpha_{i \text{ ref}} = \alpha_{\text{base}}$
- $d_i$  : niveau annuel moyen d'exposition individuel
- $a$  : coefficient représentant le degré d'aversion pour la dispersion des risques ( $a = 0$  pour  $d_i < d_0$  ;  $a > 0$  pour  $d_i \geq d_0$ )
- $\alpha_{i \text{ ref}}$  : valeur monétaire de référence de l'unité de dose collective pour le niveau annuel moyen d'exposition individuel  $i$

Les paramètres retenus pour définir ces valeurs sont :

$$\begin{aligned} \alpha_{\text{base}} &= 0,1 \text{ MF} \\ d_0 &= 1 \text{ mSv/an} \\ a &= 1,35 \end{aligned}$$

Ainsi, la fonction de coût associée à un homme-sievert évité et la courbe des valeurs monétaires de référence de l'homme-sievert peuvent être représentées sur un même graphique (cf. Figure 10).



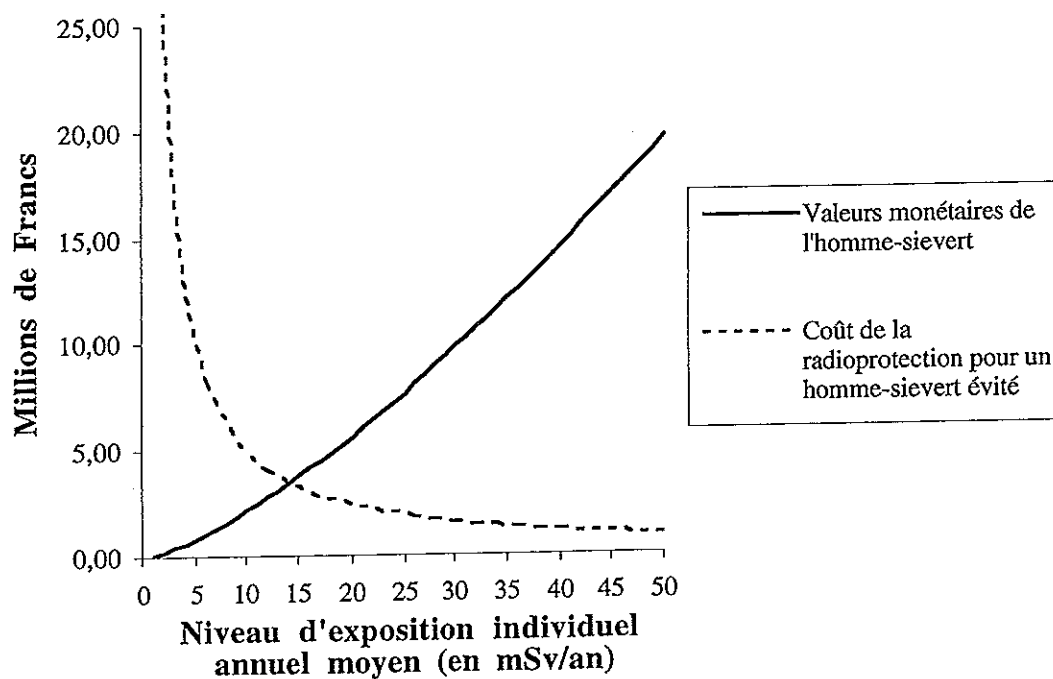


Figure 10. Fonction de coût de la radioprotection et valeurs monétaires de référence de l'homme-sievert

En pratique, l'application du système de valeurs monétaires de l'homme-sievert attribue une valeur à un homme-sievert évité en fonction de la plage de doses dans laquelle se situe le niveau d'exposition individuel annuel moyen initial (cf. Tableau 2).

Tableau 2. Valeurs monétaires de l'homme-sievert

Plage de dose en mSv/an	Valeur monétaire de référence en Millions de Francs
[0, 1]	0,1
]1, 5]	0,5
]5, 15]	2,3
]15, 30]	6,7
]30, 50]	15,0

Le bénéfice sanitaire d'une action de radioprotection correspond à la valeur attribuée au détriment évité :

$$D = \sum_{\text{Plages de doses}} \left( \begin{array}{c} \text{Valeur de référence de la} \\ \text{plage de dose considérée} \end{array} \right) \cdot \left( \begin{array}{c} \text{Variation de la dose collective} \\ \text{correspondante en homme-sievert} \end{array} \right)$$

Supposons par exemple une situation dans laquelle trois catégories d'agents sont respectivement exposés à 3 mSv/an, 10 mSv/an et 20 mSv/an initialement et qu'il soit possible d'envisager deux options de protection ayant un impact sur l'exposition collective identique mais conduisant à des évolutions différentes des doses individuelles. La première consiste à diminuer l'exposition des agents les plus exposés même s'ils sont les moins nombreux, la seconde au contraire réduit l'exposition des agents les plus nombreux mais les moins exposés. Pour comparer ces deux options, il est nécessaire de calculer le coût de réalisation de chacune d'elles, ainsi que la valeur du déchet évité. Le Tableau 3 résume la situation proposée.

**Tableau 3. Un exemple de choix en matière de radioprotection**

	Nombre d'agents exposés	Dose individuelle annuelle moyenne (mSv/an)		
		Situation initiale	Situation finale 1	Situation finale 2
Catégorie 1	50	3	3	2
Catégorie 2	10	10	10	6
	15	10	10	10
Catégorie 3	5	20	10	20
	5	20	12	20

Coût de l'option 1 :

$$\begin{aligned} C_1 &= 0,05 \cdot [(5 \cdot 20/1000 - 5 \cdot 10/1000) / (20/1000) + (5 \cdot 20/1000 - 5 \cdot 12/1000) / (20/1000)] \\ &= 0,225 \text{ MF} \end{aligned}$$

Coût de l'option 2 :

$$\begin{aligned} C_2 &= 0,05 \cdot [(50 \cdot 3/1000 - 50 \cdot 2/1000) / 3/1000 + (10 \cdot 10/1000 - 10 \cdot 6/1000) / (10/1000)] \\ &= 1,033 \text{ MF} \end{aligned}$$

Valeur monétaire attribuée au déchet évité dans l'option 1 :

$$\begin{aligned}
 D_1 &= \alpha_{\text{ref}}(20 \text{ mSv/an}) \cdot [5 \cdot (20/1000 - 10/1000) + 5 \cdot (20/1000 - 12/1000)] \\
 &= 6,7 \cdot [5 \cdot 0,01 + 5 \cdot 0,008] \\
 &= 0,603 \text{ MF}
 \end{aligned}$$

Valeur monétaire attribuée au détriment évité dans l'option 2 :

$$\begin{aligned}
 D_2 &= \alpha_{\text{ref}}(3 \text{ mSv/an}) \cdot 50 \cdot (3/1000 - 2/1000) + \alpha_{\text{ref}}(10 \text{ mSv/an}) \cdot 10 \cdot (10/1000 - \\
 &\quad 6/1000) \\
 &= 0,5 \cdot 50 \cdot 0,001 + 2,3 \cdot 10 \cdot 0,004 \\
 &= 0,117 \text{ MF}
 \end{aligned}$$

Bénéfice net de l'option 1 :

$$D_1 - C_1 = 0,378 \text{ MF}$$

Bénéfice net de l'option 2 :

$$D_2 - C_2 = -0,916 \text{ MF}$$

Ainsi, le bénéfice net de la première action de radioprotection possible est positif, ce qui signifie que la situation finale 1 est justifiée d'une part, mais aussi préférable à la situation initiale, d'autre part. Par contre, le bénéfice net de la seconde action de radioprotection possible est négatif, sa réalisation coûte donc trop cher par rapport à la valeur du détriment qu'elle permet d'éviter ; elle n'est donc pas justifiée, même si elle permet la même diminution de dose collective (0,090 homme.Sv évités dans les deux cas).

#### 4.2. Comment transposer la méthode en incertitude ?

Dans le cas où l'exposition des agents est incertaine, le choix ne porte plus sur des doses certaines mais sur des loteries. La méthode consiste toujours à réaliser une analyse coût-bénéfice, mais l'évaluation du détriment évité, c'est-à-dire du bénéfice de l'action de radioprotection, est plus complexe du fait de l'incertitude sur les doses reçues.

Par exemple, l'utilisation de robots permet d'éviter des travaux en milieu très exposé et la dose annuelle moyenne des agents concernés peut ainsi être maintenue à des niveaux relativement faibles. Si ces robots tombent en panne, la dose moyenne annuelle des

agents augmentera de façon significative.

En supposant que le coût de l'action de radioprotection soit similaire à celui utilisé dans le cas certain étudié dans le paragraphe précédent et en remplaçant la dose collective par son espérance mathématique, la fonction de coût s'écrit :

$$C = 0,05 \text{ MF} \cdot \sum_{j=1, \dots, n} \{ [p_{\text{initiale}} \cdot d_j^* + (1 - p_{\text{initiale}}) \cdot d_j^\circ] - [p_{\text{finale}} \cdot d_j + (1 - p_{\text{finale}}) \cdot d_j^\circ] \} / d_j^*$$

avec :

- $p_{\text{initiale}}$  : probabilité de défaillance avant la mise en oeuvre de l'option de radioprotection
- $d_j^*$  : niveau initial d'exposition individuel annuel moyen de l'agent j en cas de défaillance
- $d_j^\circ$  : niveau d'exposition individuel annuel moyen de l'agent j en situation normale
- $p_{\text{finale}}$  : probabilité de défaillance après la mise en oeuvre de l'option de radioprotection
- $d_j$  : niveau final d'exposition individuel annuel moyen de l'agent j en cas de défaillance
- $n$  : nombre d'agents soumis à des expositions potentielles

Le problème de l'évaluation du détriment évité est plus délicat et dépend du modèle retenu. En effet, la prise en compte de la fonction de transformation des probabilités modifie l'évaluation monétaire du détriment évité pour chaque option. Ainsi, le modèle retenu pour cette évaluation n'est pas neutre quant au classement d'options qui peut en résulter.

Si la diminution de dose attendue est évaluée par l'espérance mathématique "objective" de la diminution de dose collective, le détriment évité s'écrit :

$$\begin{aligned} D &= \sum_{j=1, \dots, n} \alpha_{\text{ref}}(d_j^*) \cdot \text{variation de l'espérance de dose individuelle de l'agent j} \\ &= \sum_{j=1, \dots, n} \alpha_{\text{ref}}(d_j^*) \cdot \{ [p_{\text{initiale}} \cdot d_j^* + (1 - p_{\text{initiale}}) \cdot d_j^\circ] - [p_{\text{finale}} \cdot d_j + (1 - p_{\text{finale}}) \cdot d_j^\circ] \} \end{aligned}$$

avec :

$\alpha_{\text{ref}}(d_j^*)$  : valeur monétaire de référence associée à  $d_j^*$

Si la diminution de dose attendue est évaluée par l'équivalent monétaire de l'utilité anticipée (modèle de dépendance du rang) de la diminution de dose collective (les probabilités objectives sont remplacées par leurs pondérations), c'est-à-dire en tenant compte de la fonction  $\Psi$  de transformation des probabilités retenue pour l'étude de cas du chapitre précédent, le détriment doit être exprimé en fonction de l'écart de dose par rapport à la dose "normale" ( $d^\circ - d$ ) et les conséquences doivent être ordonnées (les poids issus de la fonction de transformation des probabilités dépendent du rang des conséquences).

Le calcul du détriment avec l'espérance mathématique (objective) de la diminution de dose collective peut donc s'écrire :

$$\begin{aligned}
 D &= \sum_{j=1, \dots, n} \alpha_{\text{ref}}(d_j^*) \cdot \{ [p_{\text{initiale}} \cdot d_j^* + (1 - p_{\text{initiale}}) \cdot d_j^\circ] - d_j^\circ + d_j^\circ - [p_{\text{finale}} \cdot d_j + (1 - p_{\text{finale}}) \cdot d_j^\circ] \} \\
 &= \sum_{j=1, \dots, n} \alpha_{\text{ref}}(d_j^*) \cdot \{ [p_{\text{initiale}} \cdot d_j^* + (1 - p_{\text{initiale}}) \cdot d_j^\circ] - [p_{\text{initiale}} + (1 - p_{\text{initiale}})] \cdot d_j^\circ + \\
 &\quad [p_{\text{finale}} + (1 - p_{\text{finale}})] \cdot d_j^\circ - [p_{\text{finale}} \cdot d_j + (1 - p_{\text{finale}}) \cdot d_j^\circ] \} \\
 &= \sum_{j=1, \dots, n} \alpha_{\text{ref}}(d_j^*) \cdot \{ p_{\text{initiale}} \cdot (d_j^* - d_j^\circ) + (1 - p_{\text{initiale}}) \cdot (d_j^\circ - d_j^\circ) - p_{\text{finale}} \cdot (d_j - d_j^\circ) \\
 &\quad + (1 - p_{\text{finale}}) \cdot (d_j^\circ - d_j^\circ) \} \\
 &= \sum_{j=1, \dots, n} \alpha_{\text{ref}}(d_j^*) \cdot \{ p_{\text{initiale}} \cdot (d_j^* - d_j^\circ) - p_{\text{finale}} \cdot (d_j - d_j^\circ) \} \\
 &= \sum_{j=1, \dots, n} \alpha_{\text{ref}}(d_j^*) \cdot \{ p_{\text{finale}} \cdot (d_j^\circ - d_j) - p_{\text{initiale}} \cdot (d_j^\circ - d_j^*) \}
 \end{aligned}$$

Et si l'on tient compte de la transformation des probabilités :

$$D = \sum_{j=1, \dots, n} \alpha_{\text{ref}}(d_j^*) \cdot \{ \Psi(p_{\text{finale}}) \cdot (d_j^\circ - d_j) - \Psi(p_{\text{initiale}}) \cdot (d_j^\circ - d_j^*) \}$$

avec :

- $\Psi(\cdot)$  : fonction de transformation des probabilités
- $\Psi(p_{\text{initiale}})$  : pondération résultant de la transformation des probabilités en  $p_{\text{initiale}}$  associée à la probabilité de défaillance initiale
- $\Psi(p_{\text{finale}})$  : pondération résultant de la transformation des probabilités en  $p_{\text{finale}}$  associée à la probabilité de défaillance finale

Il est clair que la prise en compte de l'attitude individuelle vis-à-vis du risque dans la définition du modèle d'évaluation retenu peut conduire à des choix en matière de radioprotection différents. L'exemple numérique suivant illustre ces différences. Les fonctions de transformation retenues pour cet exemple correspondent respectivement à la tendance majoritaire (optimisme) et au cas mixte révélés par l'enquête et les paramètres numériques retenus sont ceux obtenus respectivement pour le sujet n°1 et pour le sujet n°3 (cf. paragraphe 3.3.1.).

**Tableau 4. Exemple de choix d'options de radioprotection en incertitude**

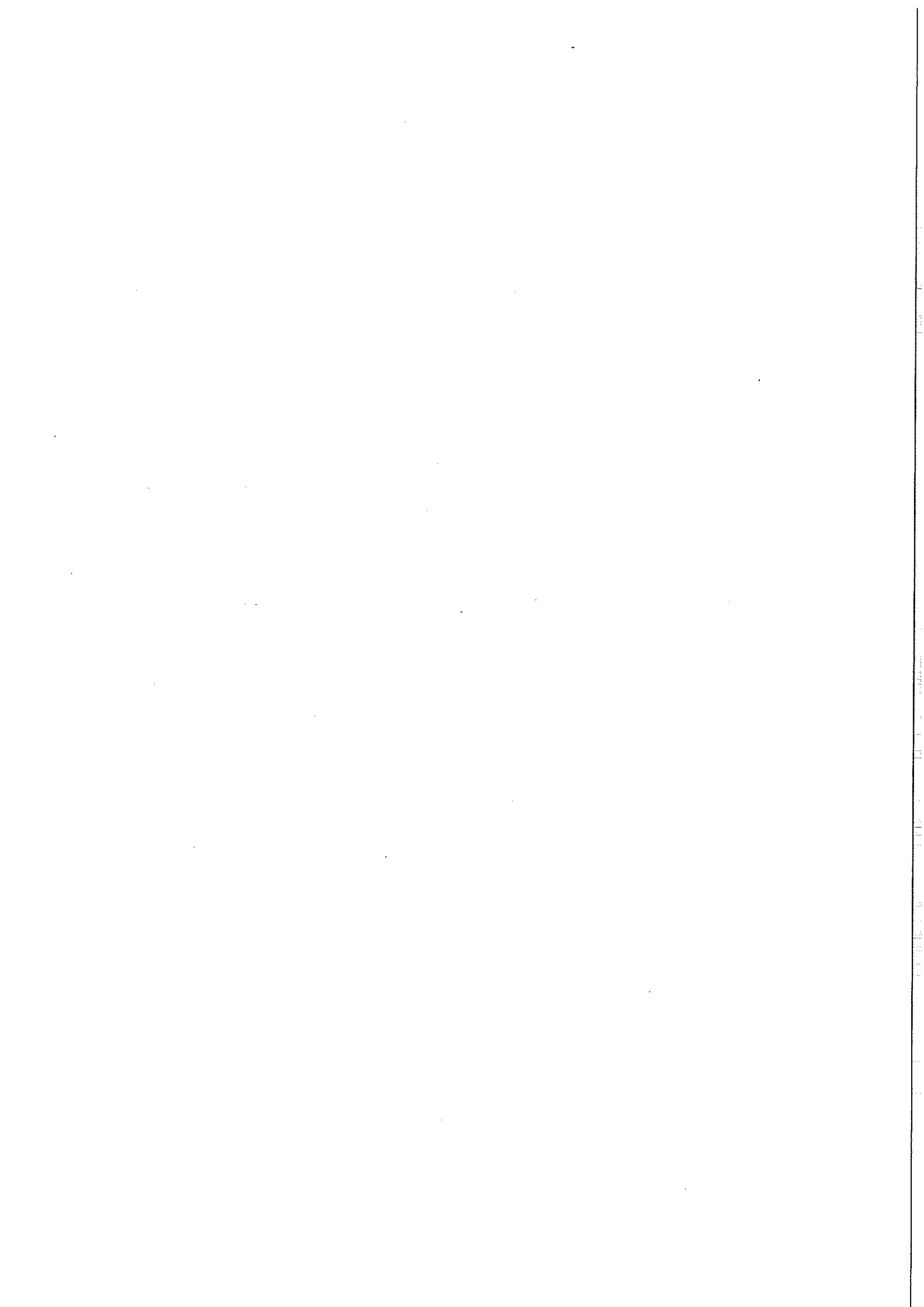
	Situation initiale	Situation finale 1	Situation finale 2
Niveau d'exposition individuel annuel moyen en situation normale en mSv/an	1	1	1
Niveau d'exposition individuel annuel moyen en cas d'incident en mSv/an	60	60	50
Probabilité de l'incident	0,1	0,083	0,1
Nombre d'agents	1	1	1
Ecart entre la dose incidentelle et la dose "normale" ( $d^o - d$ ) en mSv/an	-59	-59	-49
Espérance mathématique du niveau d'exposition individuel annuel moyen en mSv/an	$0,1 \cdot 60 + (1 - 0,1) \cdot 1 = 6,9$	$0,083 \cdot 60 + (1 - 0,083) \cdot 1 = 5,9$	$0,1 \cdot 50 + (1 - 0,1) \cdot 1 = 5,9$

**Tableau 5. Résultats des options de radioprotection proposées**

	Option 1	Option 2
Coût de l'action de radioprotection en MF	0,001	0,001
Détriment évité en MF (espérance mathématique objective de la variation de dose)	0,015	0,015
Bénéfice net espéré en MF (espérance mathématique objective de la variation de dose)	0,014	0,014
Détriment évité en MF (avec $\Psi(p) = p^{2,34}$ , sujet n°1)	0,0014	0,0007
Bénéfice net espéré en MF (avec $\Psi(p) = p^{2,34}$ )	0,0006	-0,0001
Détriment évité en MF (avec $\Psi(p) = p^{0,829} / [p^{0,829} + (1 - p)^{0,829}]^{1/0,829}$ , sujet n°3)	0,017	0,021
Bénéfice net espéré en MF (avec $\Psi(p) = p^{0,829} / [p^{0,829} + (1 - p)^{0,829}]^{1/0,829}$ )	0,016	0,020

Cet exemple montre que pour une variation espérée du niveau d'exposition individuel annuel moyen identique en valeur absolue (diminution de 1 mSv/an) mais de nature différente (diminution de la probabilité d'incident dans la première option de radioprotection et diminution de la dose incidentelle dans la seconde option de radioprotection), le modèle d'évaluation monétaire du détriment par l'espérance mathématique objective de variation de dose conduit à l'indifférence entre ces deux options alors que la prise en compte de la fonction de transformation des probabilités dans le calcul du détriment conduit à préférer la première option de radioprotection si la fonction de transformation des probabilités est du type optimiste  $\Psi(p) = p^\alpha$  (avec  $\alpha > 1$ ) et à préférer la seconde option de radioprotection si la fonction de transformation des probabilités est du type mixte (optimiste pour les fortes probabilités et pessimiste pour les faibles probabilités)  $\Psi(p) = p^\alpha / [p^\alpha + (1 - p)^\alpha]^{1/\alpha}$  (avec  $0 < \alpha < 1$ ).

Cet exemple permet de conclure que le modèle retenu pour l'évaluation du détriment évité dans le cas des expositions potentielles peut avoir des conséquences importantes sur les choix d'investissements en matière de radioprotection. Par ailleurs, dans le modèle de type optimiste, la probabilité d'incident de la situation initiale se révèle être un paramètre clef. En effet, dans l'exemple numérique fourni, il est facile de montrer que lorsque cette probabilité est inférieure à 9%, aucune des deux options de radioprotection proposées n'est acceptable car elles entraînent toutes les deux un bénéfice net négatif. Il conviendrait donc d'effectuer une étude de sensibilité quant à la valeur de ce paramètre dans le cas de situations réelles d'exposition potentielle, ce qui dépasse le cadre de la présente étude.





## 5. CONCLUSION

Du point de vue individuel, gérer les risques implique de les identifier et de chercher à les réduire autant que possible en tenant compte de la dimension économique, avant de décider s'il convient de les assurer ou de les "subir" une fois réduits.

Réduire des risques en tenant compte de la dimension économique implique à son tour de pouvoir en évaluer la portée. Une évaluation contingente par enquête sur la "disposition à payer" des intéressés pour éviter de tels risques est certes possible, mais sa validité est toujours limitée à l'instant précis où elle a été faite et à l'environnement dans lequel elle a été conduite. Se libérer de cette contingence implique de pouvoir modéliser la façon dont les risques sont ressentis par ceux qui les subissent. On peut alors légitimement supposer une certaine stabilité des fonctionnelles de choix face au risque, pour peu que la modélisation soit convenable et saisisse les "bons" concepts. C'est la signification d'ensemble de la présente recherche.

De façon plus précise, des expériences précédentes avaient montré que les risques ayant de très faibles probabilités ne sont pas "traités" de façon linéaire en probabilités par les agents économiques. Mais un tel résultat est négatif. Quelle fonctionnelle de choix conviendrait-il de retenir pour modéliser les comportements face au risque d'exposition potentielle dans les centrales ? Et cette étape franchie, comment spécifier la fonctionnelle et par quelle méthode estimer ses paramètres ?

Ces deux dernières questions trouvent une réponse appropriée dans la présente recherche : le modèle à fonctionnelle de préférence dépendant des rangs des conséquences permet de traiter la question, d'une part, et, d'autre part, la méthode "des jumeaux" permet d'estimer le paramètre significatif de la fonction de transformation des probabilités désigné par Maurice Allais dans sa présentation du modèle  $(U, \theta)$  (Allais, 1988 [12]). Notons que la méthode permet d'estimer plusieurs points de la fonction de transformation des probabilités. On peut donc envisager d'estimer l'équation de cette courbe par d'autres méthodes statistiques. Il s'agit d'une étape suivante qui pourrait faire l'objet d'une éventuelle recherche ultérieure.

Il reste que séparer l'estimation de la fonction de transformation des probabilités de celle de la fonction d'utilité est extrêmement commode, puisqu'une fois la première estimée, des méthodes classiques permettent d'estimer la seconde. Cette séparation repose sur

l'hypothèse d'une échelle d'intervalles d'évaluation des loteries, c'est-à-dire l'adoption de l'axiome supplémentaire sur l'utilité qui a été explicité dans cette étude.

L'enquête réalisée sur le terrain confirme que cet axiome correspond bien à une attitude psychologique et qu'il est donc pertinent d'envisager des recherches ultérieures pour mieux cerner le domaine d'application de la démarche esquissée dans la présente recherche.

## REFERENCES

- [1] MUNIER B., **Méthodes expérimentales d'évaluation des théories du risque**, Revue Economique, vol. 46, n°3, pp. 939-949, 1995.
- [2] ABDELLAOUI M., MUNIER B., **On the Fundamental Risk Structure Dependence of Individual Preferences under Risk**, Note de Recherche GRID 94-07, Mimeo, 1994.
- [3] BERNOULLI D., **Specimen Theoriae Novae de Mensura Sortis**, in: Commentarii Academiae Scientiarum Petropolitanae, Saint-Petersbourg, 5, pp. 175-192, 1738 ; English Translation by SOMMER L., Notes by MENGER C., Exposition of a New Theory on the Measurement of Risk, Econometrica, 22, pp. 22-36, 1954 ; Traduction française par CHARRETON R., Notes de BRU B., Esquisse d'une théorie nouvelle de mesure du sort, Cahiers du séminaire d'histoire des mathématiques, 6, pp. 61-77, 1985.
- [4] Von NEUMANN J., MORGENSTERN O., **Theory of Games and Economic Behavior**, Princeton University Press, (2<sup>nd</sup> edition 1947), 1944.
- [5] BOUYSSOU D., **Decision-aid and Expected Utility Theory: A Critical Survey**, in: HAGEN O., WENSTOP F., eds., Progress in Utility and Risk Theory, D. Reidel, pp. 181-216, 1984.
- [6] MUNIER B., **Calcul économique et révision de la théorie de la décision en avenir risqué**, Revue d'Economie Politique, vol. 99, n°2 (mars-avril), sous la direction de MUNIER B. et TERNY G., pp. 276-306, 1989.
- [7] KAHNEMAN D., TVERSKY A., **Prospect Theory: An Analysis of Decision Under Risk**, Econometrica, vol. 47, n°2, pp. 263-291, 1979.
- [8] CURRIM I.S., SARIN R.K., **Prospect versus Utility**, Management Science, vol. 35, pp. 22-41, 1989.
- [9] ABDELLAOUI M., **Comportements individuels devant le risque et transformation des probabilités**, Revue d'Economie Politique, vol. 105, n°1, numéro spécial sur "La rationalité face au risque", sous la direction de MUNIER B. et ROUSSEAU J.-M., pp. 157-178, 1995.
- [10] QUIGGIN J., **A Theory of Anticipated Utility**, Journal of Economic Behavior and Organization, 3, pp. 324-343, 1982.
- [11] YAARI M.E., **The Dual Theory of Choice Under Risk**, Econometrica, vol. 55, n°1, pp. 95-115, 1987.
- [12] ALLAIS M., **The General Theory of Random Choices in Relation to Invariant Cardinal Utility Function and the Specific Probability Function, The (U,  $\theta$ )-model: A General Overview**, in: MUNIER B., ed., Risk, Decision and Rationality, Dordrecht/Boston, Reidel, pp. 233-289, 1988.
- [13] WAKKER P., **Separating Marginal Utility and Probabilistic Risk Aversion**, Theory and Decision, vol. 36, pp. 1-44, 1994.

- [14] TVERSKY A., KAHNEMAN D., **Advances in Prospect Theory: Cumulative Representation of Uncertainty**, Journal of Risk and Uncertainty, vol. 5, pp. 297-323, 1992.
- [15] HILTON D., **Risk Attitude Under Two Alternative Theories of Choice Under Risk**, Journal of Economic Behavior and Organization, 9, pp. 119-136, 1988.
- [16] ABDELLAOUI M., **Mesure de l'intensité des préférences individuelles sur des loteries : une méthode d'estimation**, Note de Recherche GRID (à paraître), Mimeo, 1995.
- [17] BOUYSSOU D., VANSNICK J.-C., **"Utilité cardinale" dans le certain et choix dans le risque**, Revue Economique, vol. 41, n°6, p. 37-46, 1990.
- [18] FISHBURN, **Methods of Estimating Additive Utilities**, Management Science, vol. 13, n°7, pp. 435-451, 1967.
- [19] ALLAIS M., **The So-Called Allais Paradox and Rational Decisions Under Uncertainty**, in: ALLAIS M., HAGEN O., eds., Expected Utility Hypotheses and the Allais Paradox, Dordrecht/Boston, Reidel, pp. 473-681, 1979.
- [20] KRZYSTOFOWICZ R., **Strength of Preference and Risk Attitude in Utility Measurement**, Organizational Behavior and Human Performance, vol. 31, pp. 88-113, 1983.
- [21] Mac CORD M.R., DE NEUFVILLE R., **Utility Dependence on Probability: An Empirical Demonstration**, Journal of Large Scale Systems, 6, pp. 91-103, 1984.
- [22] APPERE G., **Etude sur les déformations subjectives des probabilités face au risque d'exposition aux rayonnements ionisants**, Mémoire de DEA, GRID, ENS de Cachan, 1994.
- [23] Commission Internationale de Protection Radiologique (CIPR), **Recommandations de la Commission Internationale de Protection Radiologique**, Publication 60, Pergamon Press, Oxford, 1990.
- [24] LEFAURE C., LOCHARD J., SCHNEIDER T., SCHIEBER C., **Proposition pour un système de valeurs monétaires de référence de l'homme-sievert**, Rapport CEPN n°193, 1993.

## BIBLIOGRAPHIE COMPLEMENTAIRE

CAMERER C., **An Experimental Test of Several Generalised Utility Theories**, Journal of Risk and Uncertainty, vol. 2, n°1, pp. 61-104, 1989.

CARLIN P.S., **Violations of the Reduction and Independence Axioms in Allais-Type and Common-Ratio Effect Experiments**, Journal of Economic Behavior and Organization, 19, pp. 213-235, 1992.

COHEN M., JAFFRAY J.-Y., SAID T., **Experimental Comparison of Individual Behavior Under Risk and Under Uncertainty for Gains and for Losses**, Organizational Behavior and Human Decision Processes, vol. 39, pp. 1-22, 1987.

COHEN M., JAFFRAY J.-Y., **Preponderance of the Certainty Effect Over Probability Distortion in Decision Making Under Risk**, in: MUNIER B., ed., Risk, Decision and Rationality, D. Reidel, pp. 173-188, 1988.

DE NEUFVILLE R., DELQUIE Ph., **A model of the Influence of Certainty and Probability Effects on the Measurement of Utility**, in: MUNIER B., ed., Risk, Decision and Rationality, D. Reidel, pp. 189-205, 1988.

HERSHEY J.K., SCHOEMAKER P., **Probability versus Certainty Equivalence Methods in Utility Measurement**, Management Sciences, 31, n° 10, pp. 1039-1060, 1985.

KARMARKAR U.S., **Subjectively Weighted Utility: A Descriptive Extension of Expected Utility Model**, Organizational Behavior and Human Performance, Vol. 21, pp. 61-72, 1978.

KEENEY R.L., RAIFFA H., **Decision with Multiple Objectives: Preference and Value Tradeoffs**, John Wiley, 1976.

KRANTZ D.H., LUCE R.D., SUPPES P., TVERSKY A., **Foundations of Measurement**, Academic Press, New York, 1971.

KRZYSTOFOWICZ R., **Filtering Risk Effect in Standard-Gamble Utility Measurement**, in: ALLAIS M., HAGEN O., eds., pp. 233-248, Kluwer Academic Publishers, 1994.

Mac CORD M.R., DE NEUFVILLE R., **Lottery Equivalents: Reduction of the Certainty Effect Problem in Utility Assessment**, Management Science, vol. 32, n°1, pp. 56-60, 1986.

Mac CRIMMON K.R., LARSON S., **Utility Theory: Axioms versus Paradoxes**, in: ALLAIS M., HAGEN O., eds., Expected Utility Hypothesis and the Allais Paradox, pp. 333-409, Reidel, 1979.

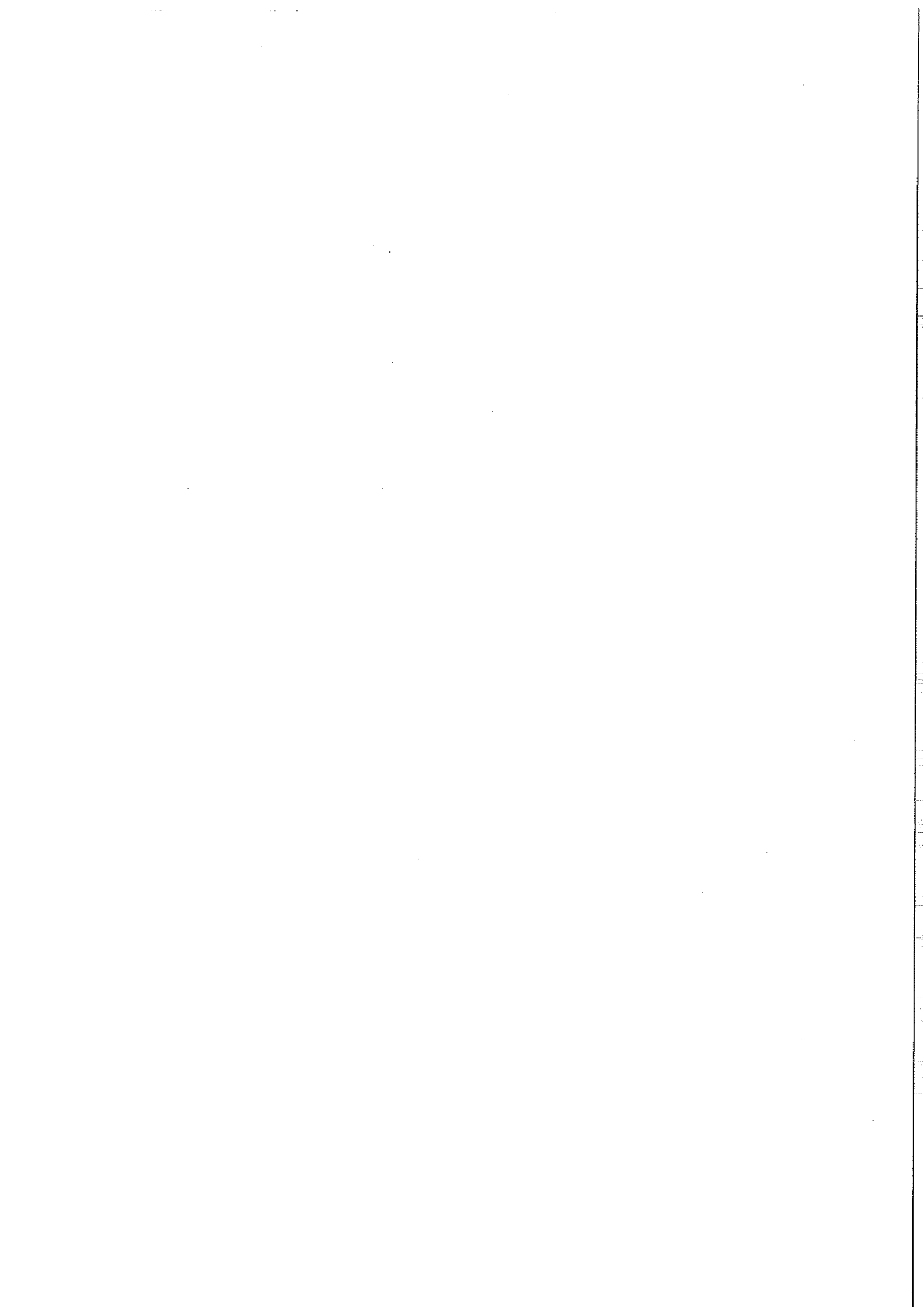
MUNIER B., **Risk Decision and Rationality**, Dordrecht/Boston, Reidel, 1988.

MUNIER B., ABDELLAOUI M., **Expected Utility Violations: An Appropriate and Intercultural Experiment**, in: CHIKAN A., ed., Progress in Decision, Utility and Risk Theory, Kluwer, Dordrecht, 1991.

SCHOEMAKER P., **Experiments on Decisions under Risk: The Expected Utility Hypothesis**, Kluwer-Nijhoff Publishing (2<sup>nd</sup> ed.), 1982.

SEGAL U., **Axiomatic Representation of Expected Utility with Rank-dependent Probabilities**, *Annals of Operations Research*, 19, pp. 359-373, 1989.

**ANNEXE**

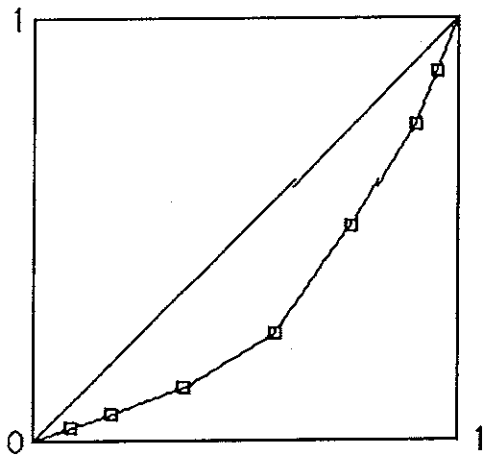




## ANNEXE :

**RESULTATS GRAPHIQUES**  
(fonctions de transformation estimées)

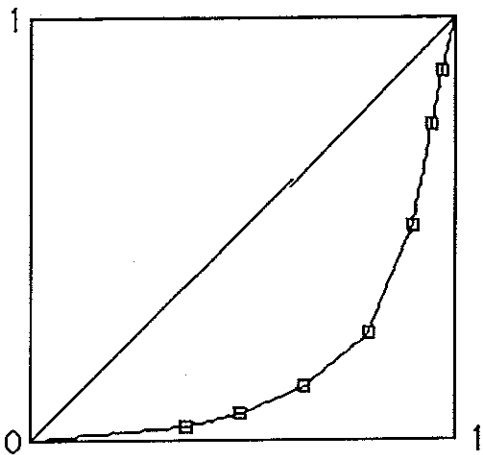
Sujet 1



Ordonnée	Abscisse
87.500	95.000
75.000	90.000
50.000	74.500
25.000	56.500
12.500	35.000
6.250	18.000
3.125	9.000

Pente près de 0 = 0.3472  
Pente près de 1 = 2.5000

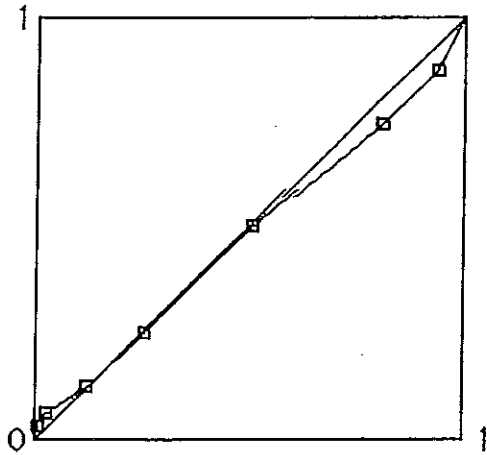
Sujet 2



Ordonnée	Abscisse
87.500	97.000
75.000	94.500
50.000	90.000
25.000	79.500
12.500	64.000
6.250	48.500
3.125	36.500

Pente près de 0 = 0.0856  
Pente près de 1 = 4.1667

Sujet 3

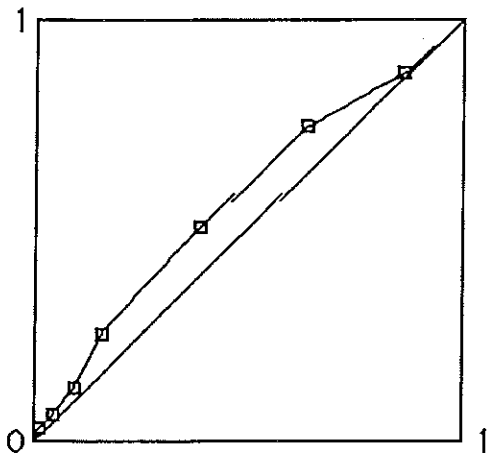


Ordonnée	Abscisse
87.500	93.500
75.000	81.500
50.000	50.500
25.000	25.500
12.500	12.000
6.250	2.500
3.125	0.500

Pente près de 0 = 6.2500

Pente près de 1 = 1.9231

Sujet 4

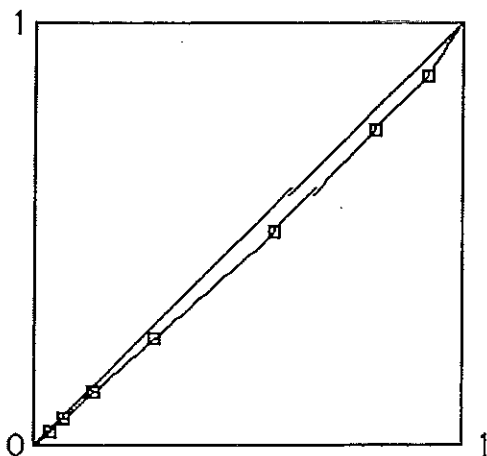


Ordonnée	Abscisse
87.500	86.500
75.000	63.500
50.000	38.500
25.000	15.500
12.500	9.500
6.250	4.500
3.125	1.500

Pente près de 0 = 2.0833

Pente près de 1 = 0.9259

Sujet 5

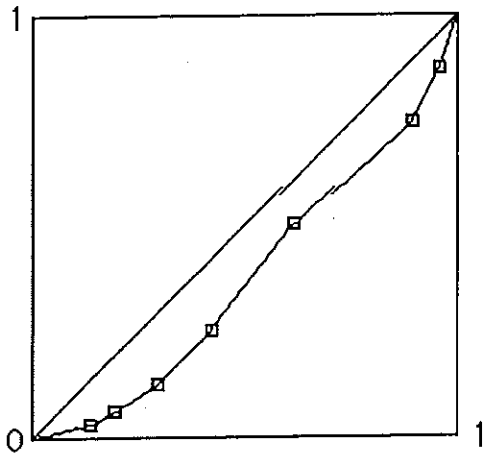


Ordonnée	Abscisse
87.500	92.000
75.000	80.000
50.000	56.500
25.000	28.000
12.500	14.000
6.250	7.000
3.125	4.000

Pente près de 0 = 0.7813

Pente près de 1 = 1.5625

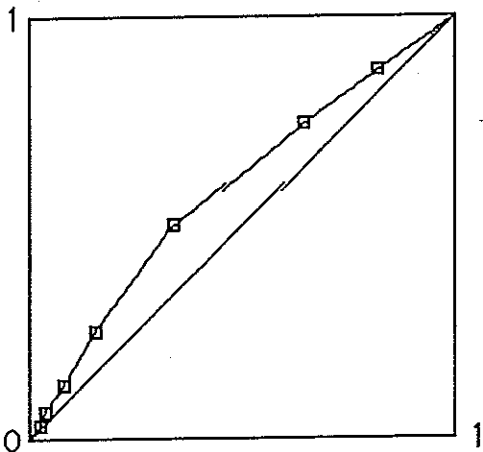
Sujet 6



Ordonnée	Abscisse
87.500	95.500
75.000	89.500
50.000	61.500
25.000	42.000
12.500	29.500
6.250	19.500
3.125	13.500

Pente près de 0 = 0.2315  
 Pente près de 1 = 2.7778

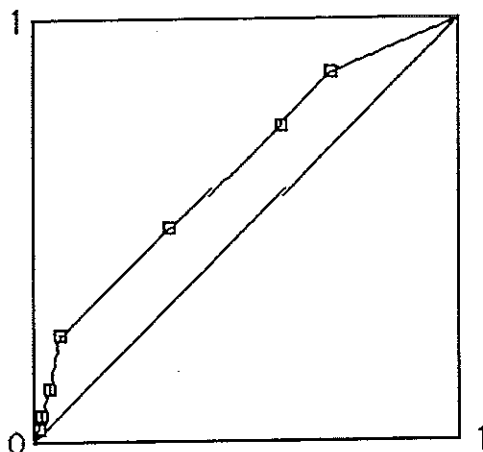
Sujet 7



Ordonnée	Abscisse
87.500	82.000
75.000	64.500
50.000	33.500
25.000	15.500
12.500	8.000
6.250	3.500
3.125	2.500

Pente près de 0 = 1.2500  
 Pente près de 1 = 0.6944

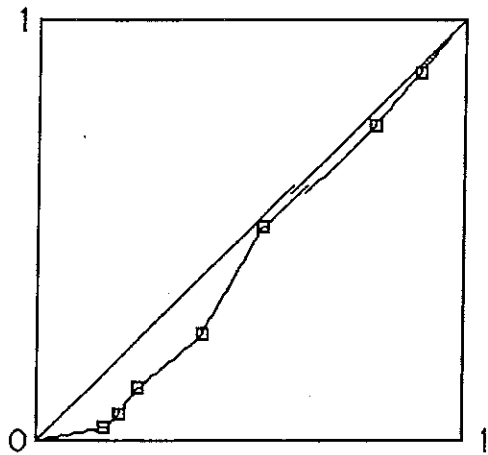
Sujet 8



Ordonnée	Abscisse
87.500	70.000
75.000	58.000
50.000	32.000
25.000	6.500
12.500	3.500
6.250	2.000
3.125	1.000

Pente près de 0 = 3.1250  
 Pente près de 1 = 0.4167

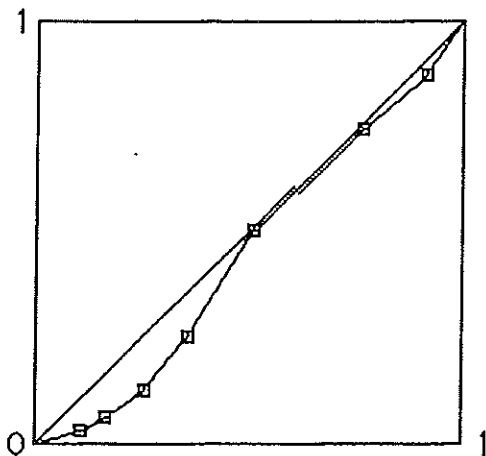
Sujet 9



Ordonnée	Abscisse
87.500	89.500
75.000	78.500
50.000	52.500
25.000	38.500
12.500	23.500
6.250	19.500
3.125	15.500

Pente près de 0 = 0.2016  
Pente près de 1 = 1.1905

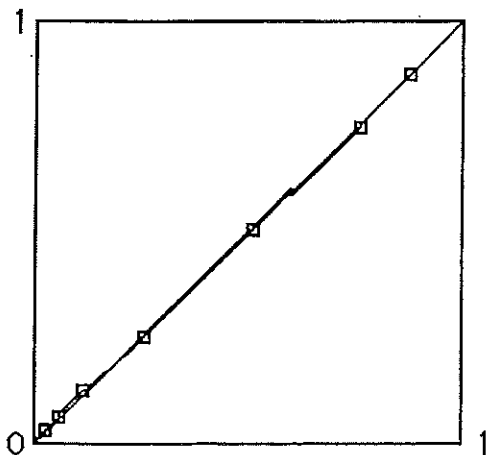
Sujet 10



Ordonnée	Abscisse
87.500	91.500
75.000	76.500
50.000	50.500
25.000	35.500
12.500	25.500
6.250	16.500
3.125	10.500

Pente près de 0 = 0.2976  
Pente près de 1 = 1.4706

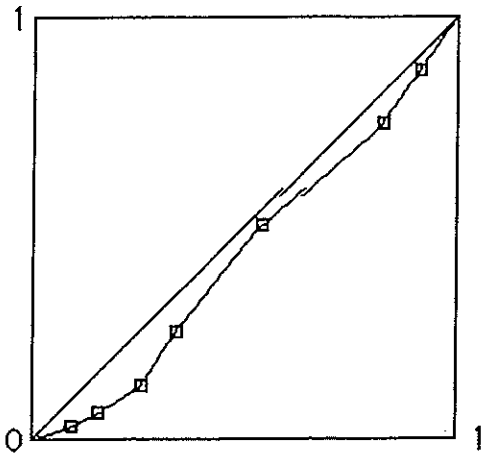
Sujet 11



Ordonnée	Abscisse
87.500	87.500
75.000	75.500
50.000	50.500
25.000	25.500
12.500	11.500
6.250	5.500
3.125	2.500

Pente près de 0 = 1.2500  
Pente près de 1 = 1.0000

Sujet 12

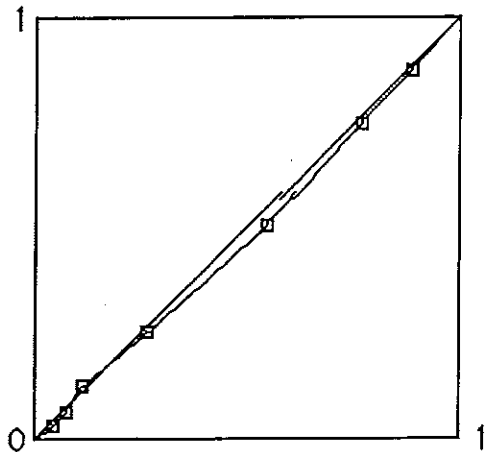


Ordonnée	Abscisse
87.500	91.000
75.000	82.500
50.000	54.000
25.000	33.500
12.500	25.500
6.250	15.500
3.125	9.500

Pente près de 0 = 0.3289

Pente près de 1 = 1.3889

Sujet 13

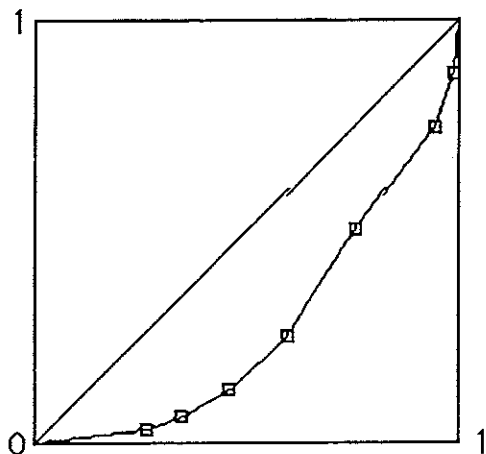


Ordonnée	Abscisse
87.500	88.500
75.000	77.000
50.000	54.500
25.000	26.500
12.500	11.500
6.250	7.500
3.125	4.500

Pente près de 0 = 0.6944

Pente près de 1 = 1.0870

Sujet 14

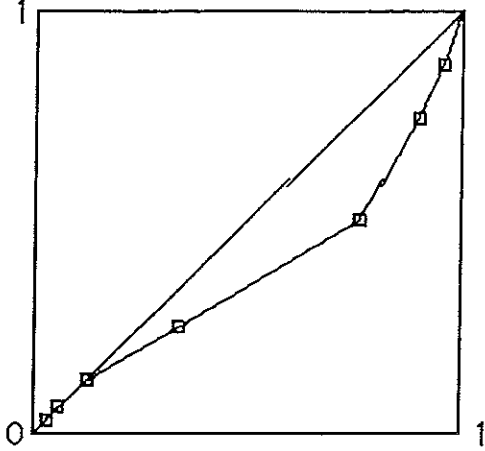


Ordonnée	Abscisse
87.500	98.500
75.000	94.500
50.000	75.500
25.000	59.500
12.500	45.500
6.250	34.500
3.125	26.500

Pente près de 0 = 0.1179

Pente près de 1 = 8.3333

Sujet 15

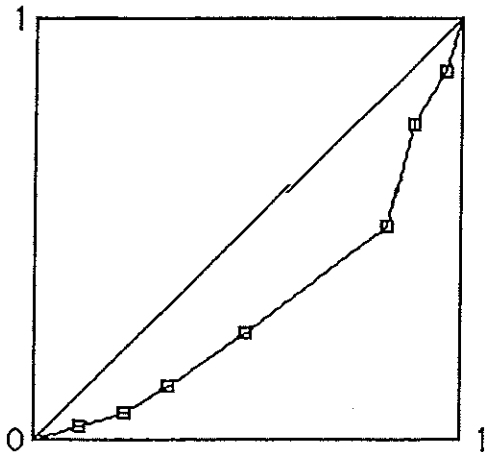


Ordonnée	Abscisse
87.500	95.500
75.000	90.000
50.000	76.500
25.000	33.500
12.500	12.500
6.250	5.500
3.125	3.000

Pente près de 0 = 1.0417

Pente près de 1 = 2.7778

Sujet 16

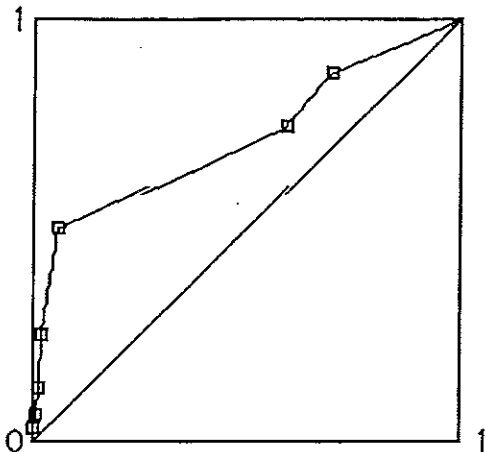


Ordonnée	Abscisse
87.500	96.500
75.000	88.500
50.000	82.500
25.000	49.500
12.500	31.500
6.250	21.500
3.125	10.500

Pente près de 0 = 0.2976

Pente près de 1 = 3.5714

Sujet 17

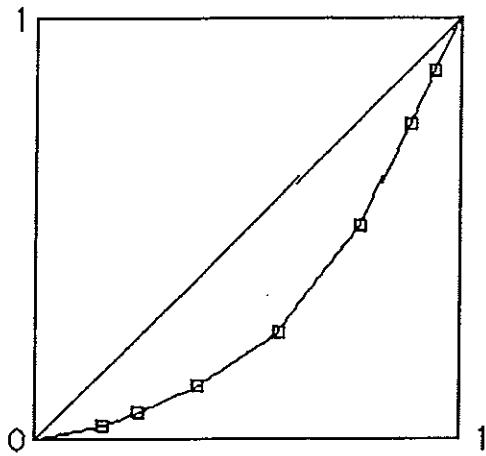


Ordonnée	Abscisse
87.500	70.000
75.000	59.500
50.000	5.500
25.000	2.000
12.500	1.000
6.250	0.500
3.125	0.250

Pente près de 0 = 12.5000

Pente près de 1 = 0.4167

Sujet 18

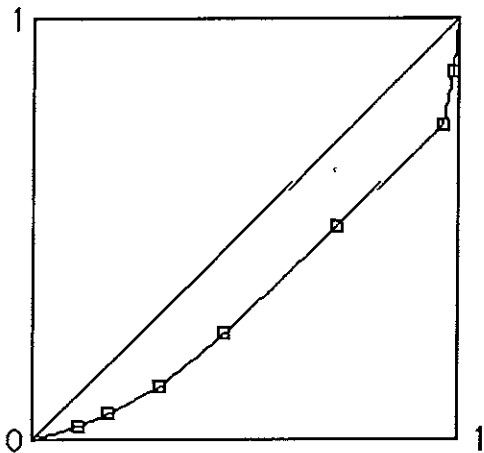


Ordonnée	Abscisse
87.500	94.000
75.000	88.000
50.000	76.000
25.000	57.000
12.500	37.500
6.250	23.500
3.125	15.500

Pente près de 0 = 0.2016

Pente près de 1 = 2.0833

Sujet 19



Ordonnée	Abscisse
87.500	98.500
75.000	96.500
50.000	71.500
25.000	44.500
12.500	29.500
6.250	17.500
3.125	10.500

Pente près de 0 = 0.2976

Pente près de 1 = 8.3333

